

**DIFERENCIAS EN LA COMPRENSIÓN DE LA ADICIÓN Y
SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS, EN
ESTUDIANTES DE GRADO 8° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
LICEO DE OCCIDENTE DE LA CELIA, EN DOS AMBIENTES DE
APRENDIZAJE: COLABORATIVO (AC) Y BASADO EN
PROBLEMAS (ABP), APOYADOS EN RECURSOS TIC**

MARILUZ CASTRILLÓN HERNÁNDEZ

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
Pereira, 2018**

**DIFERENCIAS EN LA COMPRENSIÓN DE LA ADICIÓN Y
SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS, EN
ESTUDIANTES DE GRADO 8° DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
LICEO DE OCCIDENTE DE LA CELIA, EN DOS AMBIENTES DE
APRENDIZAJE: COLABORATIVO (AC) Y BASADO EN
PROBLEMAS (ABP), APOYADOS EN RECURSOS TIC**



Tesista:
MARILUZ CASTRILLÓN HERNÁNDEZ

Director:
JOSÉ FRANCISCO AMADOR MONTAÑO
Magister en Tecnologías de la Información Aplicadas a la
Educación
Universidad Tecnológica de Pereira

Documento presentado como requisito para optar al título de:
Magíster en Enseñanza de las Matemáticas

**UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS
Pereira, 2017**

Nota de aceptación

Jurado

Jurado

Jurado

*A mis padres por su ejemplo e incondicional apoyo,
a mi esposo por su compañía, apoyo y ánimo constante,
a la memoria de Jackeline por haberme brindado
apoyo en los momentos más difíciles de mi vida.*

.

Agradecimientos

A Dios por darme la preciosa oportunidad de la vida.

A mi esposo por su tiempo, compañía, comprensión e inmarcesible apoyo y ánimo.

A mis padres por su amor, ejemplo, tiempo y confianza.

A mis hermanos porque fueron un impulso para forjar mis metas.

Al profesor José Francisco Amador M. por su tiempo, colaboración y constante voluntad.

A todas las personas que de alguna manera me han apoyado en el cumplimiento de mis metas.



El suscrito, Magister José Francisco Amador Montaña, profesor de la Maestría en Enseñanza de las Matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira (UTP).

Certifica:

Que la presente investigación titulada: *Diferencias en la comprensión de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, en estudiantes de grado 8° de la institución educativa Liceo de Occidente de la Celia, en dos ambientes de aprendizaje: colaborativo (AC) y basado en problemas (ABP), apoyados en recursos TIC*, ha sido realizada bajo su dirección por la licenciada en Matemáticas y Física Mariluz Castrillón Hernández, y constituye su trabajo de grado para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Matemáticas, en la línea de Educación Matemática.

Así, se espera que tenga efectos oportunos ante la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Tecnológica de Pereira el día ____ del mes de _____ del año 2017.

Magister, José Francisco Amador Montaña.

Contenido

Agradecimientos	V
Lista de figuras	X
Lista de tablas	XI
Lista de anexos	XVIII
Introducción.....	4
 1. CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO GENERAL	6
1.1. Planteamiento del problema	6
1.2. Pregunta de investigación	6
1.3. Objetivos.....	7
1.3.1. Objetivo general	7
1.3.2. Objetivos específicos	7
1.4. Justificación	7
1.5. Antecedentes	9
 2. CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	13
2.1. Enfoque constructivista	13
2.1.1. Constructivismo Social.....	13
2.1.2. Elementos del constructivismo	14
2.1.3. Características del Constructivismo Social	15
2.1.4. Mediaciones de los procesos del constructivismo	18
2.2. Teorías de aprendizaje	20
2.2.1. Aprendizaje colaborativo (ac)	20
2.2.2. Aprendizaje basado en problemas (abp).....	25
2.3. Comprensión.....	32
2.3.1. Componentes de la comprensión.....	32
2.3.2. Comprensión del conocimiento matemático	36
2.3.3. Aprendizaje del contenido curricular	38
2.4. Aprendizaje de las matemáticas	40
2.4.1. Concepciones del aprendizaje de las matemáticas	40
2.4.2. Características de las matemáticas y su aprendizaje	42

2.5. Adición y sustracción de polinomios.....	44
2.5.1. Anillos y cuerpos	45
2.5.2. Polinomio	46
2.5.3. Términos semejantes	46
2.5.4. Expresión algebraica.....	46
2.5.5. Adición de polinomios	47
2.5.6. Métodos de adición de polinomios.....	48
2.6. Las tic y la educación	49
2.6.1. Educación	49
2.6.2. Fines de la educación.....	51
2.6.3. Tecnologías de la información y la comunicación (tic)	52
2.7. Ambientes de aprendizaje.....	57
2.7.1. Principios básicos para diseñar ambientes de aprendizaje	59
2.7.2. Perspectivas sobre ambientes de aprendizaje	63
 3. CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO	66
3.1. Enfoque y tipo de investigación	66
3.2. Diseño e implementación de la metodología de investigación.....	67
3.2.1. Población y muestra	68
3.2.2. Descripción de los ambientes de aprendizaje	68
3.3. Técnica e instrumentos de recolección de datos.....	77
3.3.1. Técnica.....	77
3.3.2. Instrumentos de recolección de datos	77
 4. CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE DATOS	79
4.1. Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje colaborativo AC grado 802.....	80
4.1.1. Sesión uno	80
4.1.2. Sesión dos	80
4.1.3. Evaluaciones del AC	81
4.2. Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje basado en problemas ABP en el grado 801	105
4.2.1. Sesión uno	105
4.2.2. Sesión dos	105
4.2.3. Evaluación del ABP	105

5. CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y CUESTIONES ABIERTAS	132
5.1. Conclusiones.....	132
5.2. Recomendaciones y cuestiones abiertas	134
 REFERENCIAS	135
ANEXOS	144

Lista de figuras

Figura 1. Procesos para enfrentar un problema.	28
Figura 2. Usos del ordenador en contextos de enseñanza y aprendizaje.....	54
Figura 3. Esquema sala de sistemas I.E. Liceo de Occidente.....	69
Figura 4. Resultados de la autoevaluación del AC de los estudiantes de 802.....	81
Figura 5. Resultados de coevaluación del AC del grado 802.....	88
Figura 6. Resultados de la evaluación de la docente y al ambiente de aprendizaje en el AC del grado 802.....	95
Figura 7. Resultados del pretest y postest del AC de los estudiantes del grado 802.....	101
Figura 8. Resultados de la autoevaluación del ABP de los estudiantes de los estudiantes del grado 801.....	106
Figura 9. Resultados de la coevaluación del ABP de los estudiantes de grado 801.....	114
Figura 10. Resultados de la evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en el ABP.	121
Figura 11. Resultados del pretest y del postest en el ABP de los estudiantes del grado 801.	128
Figura 12. Resultados de la autoevaluación del AC de los estudiantes de 802.....	232
Figura 13. Resultados de coevaluación del AC del grado 802.....	240
Figura 14. Resultados de la evaluación de la docente y al ambiente de aprendizaje en el AC del grado 802.....	247
Figura 15. Resultados del pretest y postest del AC de los estudiantes del grado 802.....	252
Figura 16. Resultados de la autoevaluación del ABP de los estudiantes de los estudiantes del grado 801.....	274
Figura 17. Resultados de la coevaluación del ABP de los estudiantes de grado 801.....	282
Figura 18. Resultados de la evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en el ABP.	289
Figura 19. Resultados del pretest y del postest en el ABP de los estudiantes del grado 801.	296

Lista de tablas

Tabla 1. Estructura de las unidades didácticas AC y ABP.	76
Tabla 8. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 1: Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuando realizamos las actividades propuestas.	81
Tabla 9. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 2: Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro.	82
Tabla 10. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 3: Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades.	83
Tabla 11. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 4: Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas.	83
Tabla 12. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 5: Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observar otras formas de explicar los temas.	84
Tabla 13. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 6: Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades.	85
Tabla 14. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 7: Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas.	85
Tabla 15. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 8: Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo.	86
Tabla 16. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 9: Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas.	87
Tabla 17. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 10: Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos.	87
Tabla 18. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 1: Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.	88

Tabla 19. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 2: Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades.....	89
Tabla 20. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 3: Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas.	89
Tabla 21. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 4: Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas.	90
Tabla 22. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 5: Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas.....	91
Tabla 23. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 6: Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes.	91
Tabla 24. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 7: Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas.	92
Tabla 25. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 8: Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje.....	93
Tabla 26. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 9: Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones. ...	93
Tabla 27. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 10: Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas.....	94
Tabla 28. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 1: La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas.	96
Tabla 29. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 2: La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades.	96
Tabla 30. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 3: Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.	97
Tabla 31. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 4: Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad.	97

Tabla 32. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 5: Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas.....	98
Tabla 33. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 6: El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente.	98
Tabla 34. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 7: Son claros los objetivos planteados por la docente.....	99
Tabla 35. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 8: Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades.	99
Tabla 36. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 9: Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas.	100
Tabla 37. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 10: Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.	100
Tabla 38. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 1 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	101
Tabla 39. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 2 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	102
Tabla 40. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 3 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	102
Tabla 41. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 4 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	103
Tabla 42. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 5 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	103
Tabla 43. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 6 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	103
Tabla 44. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 7 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	104
Tabla 45. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, Pregunta No. 8 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	104
Tabla 52. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 1: Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuando realizamos las actividades propuestas.	106

Tabla 53. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 2: Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro.....	107
Tabla 54. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, de la pregunta No. 3: Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades.	108
Tabla 55. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 4: Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas.....	108
Tabla 56. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 5: Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observar otras formas de explicar los temas.....	109
Tabla 57. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 6: Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades.....	110
Tabla 58. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 7: Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas.	111
Tabla 59. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 8: Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo.	112
Tabla 60. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 9: Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas.	113
Tabla 61. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 10: Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos.....	113
Tabla 62. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 1: Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.	114
Tabla 63. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 2: Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades.....	115
Tabla 64. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 3: Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas.	116
Tabla 65. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 4: Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas.	116

Tabla 66. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 5: Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas....	117
Tabla 67. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 6: Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes.	118
Tabla 68. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 7: Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas.	118
Tabla 69. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 8: Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje.....	119
Tabla 70. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 9: Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones. .	119
Tabla 71. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 10: Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas.....	120
Tabla 72. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 1: La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas.	121
Tabla 73. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 2: La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades.	122
Tabla 74. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 3: Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.	123
Tabla 75. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 4: Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad.	123
Tabla 76. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 5: Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas.....	124
Tabla 77. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 6: El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente.	124
Tabla 78. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 7: Son claros los objetivos planteados por la docente.	125

Tabla 79. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 8: Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades.	125
Tabla 80. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 9: Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas.	126
Tabla 81. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 10: Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones. .	127
Tabla 82. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 1 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	128
Tabla 83. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 2 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	128
Tabla 84. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 3 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	129
Tabla 85. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 4 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	129
Tabla 86. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 5 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	129
Tabla 87: análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 6 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	130
Tabla 88. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 7 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	130
Tabla 89. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, Pregunta No. 8 (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).....	131
Tabla 2. Análisis e interpretación del inicio de la sección uno de la unidad didáctica del AC grado 802.	217
Tabla 3. Análisis del desarrollo de la sesión uno de la unidad didáctica del AC del grado 802.	220
Tabla 4. Análisis e interpretación del cierre de sesión uno en el AC grado 802.	225
Tabla 5. Análisis e interpretación del inicio de la sesión dos en el AC del grado 802.....	226
Tabla 6. Análisis e interpretación del desarrollo de la sesión dos del AC del grado 802.	227
Tabla 7. Análisis e interpretación del cierre de la sesión dos en el AC del grado 802.....	231

Tabla 46. Análisis e interpretación del inicio de la sección uno de la unidad didáctica del ABP grado 801.....	256
Tabla 47. Análisis del desarrollo de la sesión uno de la unidad didáctica del ABP del grado 801.....	260
Tabla 48. Análisis e interpretación del cierre de sesión uno en el ABP grado 801.....	265
Tabla 49. Análisis e interpretación del inicio de la sesión dos en el ABP del grado 801.	266
Tabla 50. Análisis e interpretación del desarrollo de la sesión dos del ABP del grado 801. .	268
Tabla 51. Análisis e interpretación del cierre de la sesión dos en el ABP del grado 801.	272
Tabla 90. Clasificación de los análisis e interpretaciones del ABP y el AC.	301

Lista de anexos

Anexo A.1. Unidades didácticas ambientes de aprendizaje	91
Anexo A.2. Sesiones Didácticas	95
Anexo A.3. Guías de actividades.....	110
Anexo A.4. Evaluaciones aplicadas.	146
Anexo A.5. Tabulación de las evaluaciones ABP 801 y AC 802.	153
Anexo A.6. Comparación pretest y postest ABP 801 y AC 802	161
Anexo A.7. Imágenes de las actividades en los ambientes de aprendizaje	162
Anexo A.8. CAPÍTULO 4: Analisis de datos	164
Anexo A.9. Documentos de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales para uso público	249

Introducción

El sentido común supone que la realidad puede ser descubierta y que una realidad inventada, jamás puede ser la auténtica verdad. El constructivismo en cambio, parte de la premisa de que toda realidad es la construcción de aquello que se intenta descubrir e investigar.

Paul Wastlawich

La presente investigación pretende analizar, utilizando un enfoque cualitativo, qué diferencias se presentan en la comprensión de los estudiantes, cuando se cambia su ambiente de aprendizaje, como lo es el salón de clase: uso de tablero, exposición del profesor, ejercitación con cuaderno y lápiz; por otro ambiente, en este caso el ambiente informático, es decir, mediado por TIC, con el uso del ordenador, actividades dinámicas propias de este, e implementado teorías de aprendizaje como el trabajo colaborativo y el trabajo basado en resolución de problemas.

La población sobre la cual se aplica la investigación, corresponde a estudiantes de grados 801 y 802 de la Institución Educativa Liceo de Occidente del municipio de la Celia, quienes han mostrado dificultades en la comprensión de elementos básicos del álgebra como son: el concepto, clasificación y operaciones básicas entre expresiones algebraicas. El tema a desarrollar en el estudio específicamente será el de la comprensión de la adición y sustracción de expresiones algebraicas.

La motivación de esta investigación, consiste en hacer un aporte a la enseñanza de la matemática, en especial del álgebra de grado 8°, teniendo en cuenta los estándares de competencia y los recientes Derechos de Aprendizaje Básico (DBA), analizando cualitativamente la variación de la comprensión de los estudiantes frente a estímulos como lo es el uso del ordenador; teniendo en cuenta, las dificultades en la enseñanza y aprendizaje que presenta esta área a nivel nacional, en instituciones oficiales, pese a que los estudiantes reconocen que el álgebra es importante como herramienta básica, para avanzar en otros cursos.

Este documento se compone de cinco capítulos. El primer capítulo aborda la justificación del trabajo investigativo, sus objetivos y antecedentes. En el segundo capítulo está contenida la fundamentación teórica, la cual trata elementos principales acerca de lo que es el enfoque constructivista, las teorías de aprendizaje (aprendizaje colaborativo y aprendizaje basado en

problemas), la comprensión, el aprendizaje de las matemáticas y el objeto matemático que en este caso es la adición y sustracción de polinomios. En el tercer capítulo se presenta la metodología de investigación, la cual es de tipo cualitativo. El cuarto capítulo está destinado al análisis de los datos de una forma preponderantemente descriptiva, en el cual se analiza e interpreta la información arrojada por las actividades propuestas. En el quinto y último capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones, las cuales pretenden dar luz a futuras investigaciones, finalmente se adhiere la lista de referencias y anexos.

1. CAPÍTULO 1:

PLANTEAMIENTO GENERAL

En este primer capítulo, se desarrollan la justificación del estudio planteado, sus objetivos, y los antecedentes hallados y considerados en relación con la propuesta de investigación.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La Institución educativa Liceo de Occidente de La Celia, históricamente ha presentado niveles bajos en el desempeño de sus estudiantes en pruebas saber grado 9°, en el área de matemáticas (ICFES), lo que insta a sus docentes de matemáticas, sobre todo en los grados 8° y 9° a desarrollar propuestas y estrategias didácticas que permitan promover la comprensión de los conceptos de álgebra que se aprenden en estos grados.

Una vez que en la institución, el área de matemáticas suele darse en los salones de clase, con el uso del tablero y la explicación del docente, se propone observar qué sucede cuando este ambiente cambia y los estudiantes estudian el tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas bajo dos ambientes de aprendizaje diferentes: uno aprendizaje colaborativo (AC) y otro aprendizaje basado en problemas (ABP), ambos apoyados con recursos TIC.

1.2. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

¿Qué diferencias se encuentran en la comprensión de las operaciones de adición y sustracción de polinomios en estudiantes de 8° grado del colegio Liceo de Occidente de La Celia, cuando aprenden en dos ambientes de aprendizaje, uno basado en el aprendizaje colaborativo y el otro en el aprendizaje basado en problemas, apoyados en recursos TIC?

1.3. OBJETIVOS

A continuación se exponen los objetivos que guiarán el desarrollo de este proceso investigativo.

1.3.1. *Objetivo general*

Determinar diferencias en la comprensión de las operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas en estudiantes de 8° grado del colegio Liceo de Occidente de La Celia, cuando aprenden en dos ambientes de aprendizaje, uno basado en el aprendizaje colaborativo y el otro en el aprendizaje basado en problemas apoyados en recursos TIC.

1.3.2. *Objetivos específicos*

1. Diseñar una propuesta didáctica desde el enfoque constructivista, que vincule el uso de medios informáticos con el desarrollo de competencias matemáticas atinentes a las operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas.
2. Emplear como herramienta el ordenador para la aplicación de programas informáticos, apoyados con entornos de aprendizaje colaborativo y aprendizaje basado en problemas para el aprendizaje de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas.
3. Comparar y hacer un análisis cualitativo para verificar si existen diferencias en la comprensión y construcción de los conocimientos procedimentales y conceptuales de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, desde los dos entornos de aprendizaje diseñados.

1.4. JUSTIFICACIÓN

La educación en Colombia, en especial la matemática, ha venido presentado cambios sugeridos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN), denominados inicialmente como una “renovación curricular”, representados en diferentes documentos como lo son: sus lineamientos curriculares en 1998, luego los Estándares de Competencias Básicas en Matemáticas en 2002 y actualmente con los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en 2015. Los lineamientos

curriculares, inicialmente, estaban orientados a la conceptualización por parte de los estudiantes, a la comprensión de sus posibilidades y al desarrollo de competencias que les permitan afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, la resolución de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el manejo de la cultura para alcanzar una vida de mejor calidad (MEN, 1998). De acuerdo a lo anterior, es pertinente estudiar la aplicación de modelos de enseñanza diferentes al tradicional, que permitan visualizar y comparar diferencias entre estos y de este modo hacer aportes al mejoramiento de la enseñanza matemática.

La presente investigación se lleva a cabo en el marco de la enseñanza de la matemática, se centra en la enseñanza del álgebra de grado octavo, involucrando los procesos de razonamiento, resolución de problemas, comunicación, modelación y ejercitación de procedimientos, como ejes principales en el desarrollo del pensamiento algebraico, así como estándares del pensamiento variacional, MEN (2006): «construir expresiones algebraicas equivalentes a expresiones algebraicas dadas» (p. 86). De acuerdo con los lineamientos curriculares MEN (1998): «En los contextos de la vida práctica y científica, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o donde una misma cantidad varía. Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización de lenguaje matemático» (p. 72). Por tanto, desarrollar la capacidad de los niños y jóvenes para razonar algebraicamente es una recomendación insistente en la mayoría de los currículos de matemáticas a nivel mundial, siendo entonces, una necesidad el diseño e implementación de diferentes situaciones y estrategias por parte de los docentes, orientadas a que los estudiantes se conecten con diferentes contextos y formas de razonamiento algebraico (Posada, 2006).

Desde hace varios años, se ha venido implementando el uso de las TIC en el contexto de la educación, como recurso para posibilitar nuevas estrategias que incidan en el mejoramiento y fortalecimiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje. No obstante, esta vinculación, requiere de un cambio cultural, un cambio en la práctica y en general de la forma de gestionar las clases (Novembre, 2015), sobre todo en el área de la matemática, especialmente en álgebra, que ha presentado tantas dificultades a nivel escolar, tanto en su enseñanza por parte de los docentes, como en el aprendizaje significativo de los estudiantes; por lo que resulta interesante observar y analizar los aportes que puede hacer a la comprensión de conceptos algebraicos el uso de TIC, aprovechando que permite generar un ambiente de aprendizaje diferente al del aula de clases, que puede posibilitar una mirada a representaciones de objetos matemáticos que sería muy difícil o imposible de visualizar en una clase de matemáticas sin este recurso.

Teniendo en cuenta lo anterior, en la presente investigación se pretende, aprovechar ese “nuevo” entorno que ofrecen las TIC, para hacer posible el dinamizar fenómenos y analizar su

evolución, abriendo la posibilidad de maneras diferentes de enseñar y de aprender, aprovechando que los estudiantes ya dominan una gran cantidad de herramientas y saben el uso básico del computador en un contexto extra escolar, para observar y analizar si puede lograrse un cambio en la relación de los estudiantes con el ordenador, de manera que este pueda convertirse en un instrumento de aprendizaje y estudio (Novembre, 2015).

En cuanto a las teorías de aprendizaje colaborativo y aprendizaje basado en problemas, se busca observar cómo inciden éstas en la comprensión de los estudiantes, frente al concepto y desarrollo de operaciones básicas entre expresiones algebraicas, teniendo en cuenta las diferencias entre ellas y sus características positivas, como lo pueden ser el desarrollo y manejo de los procesos grupales que benefician la construcción del conocimiento dentro del aula y el desarrollo de procesos de razonamiento, comunicación, modelación, así como de habilidades y actitudes que facilitan la transmisión de lo aprendido a diversos contextos (Rivera, Agudelo, Ramos & Vargas, 2015).

Además de presentar un estudio en educación matemática y utilización de TIC a la Universidad Tecnológica de Pereira y a la comunidad educativa en general, se espera hacer aportes a la institución Liceo de Occidente, la cual se encuentra en el municipio de La Celia, donde se llevará a cabo la investigación, en el sentido de generar prácticas diferentes de enseñanza y sentar precedentes para futuros esfuerzos por mejorar la enseñanza y el aprendizaje, sobre todo del álgebra en grado octavo, por parte de los docentes; una vez que de acuerdo al histórico de resultados de evaluaciones nacionales pruebas SABER, el colegio se ha encontrado en un nivel bajo e insuficiente en el área de matemáticas, por lo que vale la pena promover la investigación en esta área.

1.5. ANTECEDENTES

La incorporación de la tecnología en la enseñanza de la matemática, constituye una herramienta para mediar los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes; así mismo el diseño de ambientes de aprendizaje diferentes al tradicional, permiten hacer propuestas para mejorar la comprensión y el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes de las instituciones educativas. A continuación se exponen investigaciones que se ajustan al propósito anterior, y que dados sus finalidades y resultados, se considera que son apropiadas para tener como antecedentes a la presente investigación:

La investigación realizada en la tesis de Maestría en Enseñanza de la Matemática, realizada por Mónica Isabel Arredondo S. en 2015, titulada: Diferencias y puntos de encuentro en el aprendizaje de la factorización de polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ y $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c y d enteros) en dos ambientes de aprendizaje colaborativo y autónomo con enfoque constructivista mediados por ordenador. La anterior, se llevó a cabo en una institución educativa del municipio de Balboa en grado octavo. La cual, a partir de la implementación de secuencias didácticas basadas en los ambientes descritos, apoyados con recursos TIC, busca establecer el aprendizaje conceptual y procedimental en el tema de álgebra propuesto, así como hallar puntos de encuentro y comparar la comprensión obtenida por parte de los estudiantes bajo las circunstancias propuestas en dicha investigación.

En segunda instancia, se considera la investigación realizada en la tesis de Maestría en Enseñanza de la Matemática, realizada por Jhon Fredy Rodríguez M. en 2016, titulada: Diferencias significativas en el nivel de comprensión del tema de sólidos de revolución, aplicando las metodologías del aprendizaje autónomo y colaborativo. Desarrollada en la Universidad Autónoma de Occidente, la cual mediante un laboratorio de cálculo y una guía de aprendizaje, como estrategias pedagógicas y bajo los ambientes de aprendizaje indicados, indagó sobre los niveles de comprensión adquiridos por los grupos y buscó determinar si se dieron diferencias en el desempeño de los grupos en cada ambiente.

Un tercer estudio que se estima, es el realizado en el marco de la Maestría en Enseñanza de la Matemática, de José Rolando Moreno G. en 2016, titulado: Diferencias significativas en la comprensión de la multiplicación de polinomios cuando se presenta su conocimiento a través de diagramas de flujo o mapas conceptuales. Desarrollada en una institución educativa del municipio de Circasia, cuya finalidad, a través de la implementación de diagramas de flujo y mapas conceptuales, en dos grupos de estudio, es la de establecer las diferencias significativas del nivel de comprensión que se obtiene en el tema referido en su título, bajo estas dos métodos, desde ambientes de aprendizaje significativo con un enfoque constructivista.

Otro estudio tenido en cuenta es la tesis doctoral titulada: Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales. Realizada por Jesús Gallardo Romero en 2004, la cual consiste en la construcción y aplicación de una propuesta teórico metodológica que pretende interpretar, organizar e integrar el conjunto de conocimientos existentes a la fecha, y sentar las bases de un marco operativo útil y fiable para afrontar los problemas teóricos y prácticos que se relacionan con la comprensión de conocimientos matemáticos específicos. Este trabajo resulta pertinente, sobre todo en los aspectos que refiere a: el fenómeno de la comprensión, la noción

de comprensión y conocimiento matemático, algunas nociones vinculadas a la comprensión del conocimiento matemático y las principales características de la comprensión. Además, guarda similitud con el enfoque cualitativo que se busca realizar en el presente estudio.

Otra investigación que sirve como antecedente en la presente, es la tesis de maestría en educación, titulada: Análisis comparativo de metodologías de aprendizaje colaborativo, jigsaw y aprendizaje basado en problemas, haciendo uso de objetos de aprendizaje reutilizables, para el aprendizaje de la geometría, en alumnos de primero medio. Elaborada por Cristian Gutiérrez Navarrete en 2014, en la que se tuvo por objeto hacer un análisis comparativo de las metodologías de aprendizaje colaborativo Jigsaw y ABP, utilizando la plataforma virtual Moodle, con el fin de obtener diferencias significativas en el aprendizaje de la geometría, de los estudiantes de una institución educativa. Guarda similitud con el presente trabajo, en lo referente al uso de recursos TIC, como una oportunidad para utilizar recursos educativos diferentes a los tradicionales, y respecto a su sustento teórico sobre las teorías de aprendizaje del AC y el ABP. Además, que también considera que pone a disposición de la institución educativa y sus actores, un material con un marco teórico que indaga en la integración curricular de la matemática y las TIC, y su incidencia en un establecimiento de bajo rendimiento escolar.

La tesis de maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, realizada por Wilian Fernández Díaz, en 2013, titulada: Diseño e implementación de una propuesta didáctica de enseñanza de las operaciones algebraicas de adición y sustracción, articulando la transición de la aritmética al álgebra, en el grado 8° de la institución educativa Las Nieves. Se considera referente del presente trabajo, una vez que esta propuesta, buscó apoyar la comprensión de las estructuras algorítmicas de las operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, en los estudiantes, de grado 8°, proporcionando una metodología de aula taller, que privilegió la resolución de problemas contextualizados, teniendo en cuenta el diseño y aplicación de guías de aprendizaje para la enseñanza de los conceptos indicados. Además de utilizar la hoja de cálculo de Excel, como herramienta tecnológica que favoreciera la mencionada comprensión de los algoritmos de adición y sustracción en el contexto del álgebra. Todo lo anterior buscando fortalecer en los estudiantes su capacidad crítica, análisis y la reflexión que trasciende la enseñanza del álgebra.

Por último se cita la tesis de Maestría en Educación con Énfasis en Informática, titulada: Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas. Realizada por Carol C. Cárdenas D. y Dany H. González G. en (2016), la cual consideró la resolución de problemas y la implementación de estrategias basadas en las TIC, con estudiantes de grado octavo de una institución educativa, como aspectos a fortalecer dado su lugar en la enseñanza de la matemática actualmente. Lo anterior, se asemeja a lo que explora en la presente investigación, pues se concuerda con que los

estudiantes a través de la resolución de problemas, deben recurrir a sus conocimientos matemáticos, hacer operaciones, operar algebraicamente, entre otras actividades, que se desarrollan al llevar a cabo los cuatro pasos de Polya para resolver problemas, los cuales equivalen a las fases que se observaron en el presente estudio, y que se intensifican mediante las actividades propuestas a través de las TIC, que brindan a los estudiantes interactividad, flexibilidad y desarrollo de su autonomía. Al mismo tiempo, su metodología cualitativa y descriptiva presentan también cierta similitud, al observar la intención, de recoger información sobre los conceptos que se trabajan, describiéndolos, para mostrar los procesos de resolución de problemas que realizan los estudiantes y la apropiación que al utilizar las TIC, tienen de estos.

2. CAPÍTULO 2:

MARCO TEÓRICO

*Un error en la práctica de la medicina puede poner en peligro una vida. Un error en la práctica de la política puede poner en peligro una generación. Más un error en la práctica de la enseñanza puede poner en peligro a miles de generaciones.
Proverbio (Edificio Centro Estudiantil, UFM).*

Esta investigación se fundamenta teóricamente en los siguientes aspectos: El enfoque constructivista, teorías de aprendizaje AC y ABP, la comprensión, aprendizaje de las matemáticas, adición y sustracción de polinomios, las TIC y la educación y finalmente los ambientes de aprendizaje. Los cuales se esbozan a continuación.

2.1. ENFOQUE CONSTRUCTIVISTA

Actualmente, existen diversas concepciones del constructivismo, pero tratando de encontrar un rasgo común a todas estas, se dirá según Cubero (2005), que corresponde a «una perspectiva epistemológica que intenta explicar y comprender la naturaleza del conocimiento, cómo se genera y cómo cambia» (p. 44), es decir, que su objeto de estudio es el conocimiento, ocupándose de cuestiones como las circunstancias psicológicas, sociales e históricas que llevan al ser humano a obtenerlo y con qué criterios se verifica o comprueba si este es válido o no.

2.1.1. *Constructivismo Social*

Actualmente, Su principal exponente es Lev Semiónovich Vygotsky, quien considera que el conocimiento se adquiere, primero a nivel intermental y luego a nivel intrapsicológico, lo que sugiere que un sujeto construye significados, actuando en un entorno estructurado e interactuando con otros sujetos de manera intencional (Serrano & Pons, 2011).

2.1.2. Elementos del constructivismo

Los procesos de enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta que actualmente los docentes no simplemente imparten conocimiento a sus estudiantes, sino que deben brindarles apoyo en la construcción de los mismos a través de procesos de interacción - interactividad, requieren integrar enfoques que permitan mejorar resultados a nivel formativo y de construcción del conocimiento en los estudiantes. El constructivismo como enfoque educativo se adapta a la construcción de competencias y acentúa el desarrollo de los procesos de aprendizaje. Desde esta perspectiva, se tienen en cuenta cuatro elementos: El estudiante, el profesor, el contenido que se aprende y la finalidad del aprendizaje (Serrano & Pons, 2011).

2.1.2.1. El estudiante

Constituye el centro sobre el cual pivota todo el constructivismo, representa el sujeto que construye el conocimiento, es un sujeto activo que actúa con el entorno, que va modificando sus conocimientos de acuerdo con el conjunto de condiciones externas e internas que lo conforman (Serrano & Pons, 2011).

2.1.2.2. El profesor

Ejerce su papel en la construcción de los significados, es el mediador entre la estructura cognitiva del estudiante y los saberes o contenidos valorados como socio-culturalmente dotados de significado, o sea que la función del profesor es la de orientar la actividad mental del niño en la dirección señalada por los significados que otorga la sociedad a los contenidos educativos. Por lo tanto, su influencia a través de la enseñanza es un elemento mediador entre la construcción del conocimiento de los estudiantes y los significados que conllevan los contenidos escolares (Serrano & Pons, 2011).

2.1.2.3. El contenido

Los contenidos son los saberes universales y culturales, que presentan diferentes niveles de elaboración y con un significado preestablecido que posibilita la conservación, transmisión y aprobación de orden social, cultural y económico de su grupo social. Su naturaleza y características constituyen un mediador entre la actividad que el profesor y los estudiantes desarrollan en torno a ellos (Serrano & Pons, 2011).

2.1.2.4. Finalidad del aprendizaje

El aprendizaje tiene un propósito mediador que permite que el estudiante de sentido al mismo y su finalidad se encuentra vinculada al interés del estudiante por el contenido y sus respectivas competencias y por la situación de aprendizaje (Serrano & Pons, 2011).

2.1.3. *Características del Constructivismo Social*

Desde la perspectiva del constructivismo, si bien, el sujeto debe construir sus propios conocimientos y no los puede obtener contruidos de los demás, sí requiere de la interacción con otras personas y su medio para construirlos (Torbay, 1998). A continuación se describen algunas características de este enfoque pedagógico.

2.1.3.1. Cognición situada

Esta característica, se refiere a la influencia que tiene el contexto en la formación del conocimiento. Lo que indica que el aprendizaje no se da libre del lugar y momento en el que sucede. Por tanto, el conocimiento surge a partir de procesos internos del estudiante, de la percepción que tenga de su entorno y de la interacción entre estos dos elementos. En palabras de Torbay (1998):

Si el conocimiento se construye por la interacción entre la percepción de la realidad y los procesos internos; a más interacciones, más aprendizajes. Por ello, la escuela debe proporcionar todas las experiencias posibles a los estudiantes, para que éstos tengan la

oportunidad de generar más modelos mentales para construir y enriquecer sus propios conocimientos (p. 53).

2.1.3.2. Fundamentación epistemológica

Para el constructivismo el conocimiento es una construcción subjetiva, es decir que supone una perspectiva relativa de la realidad. La realidad es un asunto de interacción, algo que se crea a través de nuestros actos. De este modo, el conocimiento, representa la relación directa del sujeto con el mundo que experimenta, llámense objetos físicos o conceptos abstractos (Cubero, 2005).

2.1.3.3. Posición constructivista dentro de la psicología

Según Cubero (2005): «lo que posibilita que la experiencia sea interpretable, lo que permite que las personas se apropien de unos determinados contenidos, es precisamente el establecimiento de relaciones entre la organización cognitiva del sujeto y las nuevas experiencias» (p. 47), aquí se hace referencia a la experiencia de aprendizaje, tras la cual se desarrollan y amplían las capacidades de una persona. De modo que el conocimiento no es una copia, sino una construcción y una condición para los nuevos aprendizajes, dónde el sujeto que aprende no es solamente un receptor, sobretodo es una entidad que media en la selección, la evaluación y la interpretación de la información, dándole significado a la experiencia. Por lo anterior, la relación entre conocimiento y realidad se entiende como la adaptación funcional de las personas a un mundo interpretado, donde toman parte tanto elementos del entorno, como los esquemas cognitivos de la persona, tales como sus motivaciones, sus preferencias personales, su perspectiva del mundo (cubero, 2005).

Existen dos categorías que buscan explicar el desarrollo psicológico humano, según Wertsch & Penuel (citados por Cubero, 2005):

De una parte estarían aquellas teorías que consideran que el funcionamiento psicológico es fundamental y principalmente individual. En el polo opuesto podemos considerar a las teorías que conciben el funcionamiento individual como un derivado de la práctica social. Piaget y Vigotsky son claros exponentes de ambos presupuestos (p. 13).

Vigotsky, plantea que la naturaleza de los procesos psicológicos, es esencialmente social y que esta propiedad se conserva en el funcionamiento mental en el plano intrapsicológico. Del uso que las personas dan a las herramientas culturales en la vida social y los sistemas de signos,

sobre todo del lenguaje, transforman sus acciones y pensamientos. De modo que la naturaleza social se introduce y conforma las acciones individuales (Cubero, 2005).

2.1.3.4. El contexto

El estudio de la obtención del conocimiento debe incluir los contextos físicos y sociales, en los que la cultura se transforma en elementos intelectuales, lingüísticos, y sociales. La escuela es un escenario sociocultural, en el que participan estudiantes, profesores, padres, que comparten una serie de tareas, ejercicios, que interactúan y negocian según unos tipos de discurso regulados por dicha cultura escolar (Cubero, 2005).

La escuela comparte un conjunto de rasgos con otros contextos socioculturales. En un contexto sociocultural, no se construye cualquier clase de conocimiento, sino uno relacionado con el dominio cultural que sea relevante para tal contexto. Según Cubero:

Los procesos de intercambio y de negociación en el escenario se realizan mediante la participación guiada. En el caso de la escuela, ésta supone que el profesor se constituye en una guía para el aprendizaje de los alumnos, a la vez que participa junto con éstos, ofreciéndoles distintos tipos de ayuda (Cubero, 2005, p. 21).

De aquí, que la finalidad es que el estudiante se apropie de los recursos de la cultura, mediante su asociación con otros compañeros más expertos en actividades conjuntas, determinadas por la cultura.

2.1.3.5. El lenguaje

La psicología cognitiva, desde el construccionismo social, concibe al lenguaje como un modelo de comunicación, pues las palabras sirven esencialmente para representar el mundo y describir la realidad como si se tratara de un mapa y para comunicar a los demás nuestros estados mentales. La idea de lenguaje, es como la de un medio, el de las palabras, para compartir representaciones, pensamientos, intereses personales, transmitir información de una mente a otra (Cubero, 2005).

El lenguaje y el hecho de establecer un consenso en el aula, conforman la comunidad educativa. De esta manera, el aprendizaje escolar se concibe como la socialización de los estudiantes, en formas de habla y modos de discurso, que son determinados por los contextos

culturales e históricos. La forma en que las personas negocian significados, está mediada por formas dialogales, como lo son: la descripción, exposición, argumentación, narración, relato, etc.; los cuales son instrumentos culturales específicos de cada escenario sociocultural (Cubero, 2005). Además de lo anterior, en palabras de Cubero (2005), «el lenguaje media la relación con los otros, y, además, media la relación con uno mismo» (p. 71).

2.1.4. *Mediaciones de los procesos del constructivismo*

La mediación es como un puente que permite al sujeto llegar al conocimiento. Por tanto, permite que una persona, en el caso del docente, intervenga para que otra aprenda, en este caso, el estudiante, teniendo en cuenta que tal intervención, debe permitir al sujeto que aprende, hacerlo de la forma más autónoma e independiente que le sea posible (González, 2012).

2.1.4.1. Procesos intrapsicológicos

Se refieren a aquellos logros autónomos que tiene el sujeto que aprende y sus modalidades de significación de la situación o tarea (Baquero, 1997). Es decir, que este proceso se encuentra en el ámbito individual a través de la interiorización o reconstrucción interna, haciendo al sujeto responsable al actuar.

2.1.4.2. Procesos interpsicológicos

Constituyen diversos niveles del funcionamiento intersubjetivo (comunicación efectiva entre dos o más sujetos) y de la participación en función de la interacción, que permite la apropiación sucesiva de instrumentos de mediación (escritura, estrategias de resolución de problemas), los cuales no sustituyen a los anteriores, sino que las relaciones entre distintos factores, se reformulan para que resulte la integración (Cubero, 2015; Baquero, 1997). Este proceso tiene lugar o comienza cuando se da la interacción en un ambiente social.

2.1.4.3. Zona Real (ZR)

Según, Vigotsky (2009), la ZR consiste en: «el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema» (p. 133). Es decir, que define el producto del desarrollo final de las funciones que ya han madurado en el niño. Si es capaz de realizar alguna tarea de manera independiente, significa que las funciones para dichas tareas ya han madurado en él. Vigotsky (2009) afirma: «El nivel de desarrollo real caracteriza el desarrollo mental retrospectivamente» (p. 134). En definitiva, este nivel o zona de desarrollo indica con qué capacidades mentales cuenta el niño o sujeto.

2.1.4.4. Zona Potencial (ZP)

La ZP de acuerdo con Vigotsky (2009), está determinada: «a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz» (p. 133). En otras palabras, cuando el sujeto no logra dar solución independientemente a un problema, sino que lo logra con la ayuda de otros, esto constituye su nivel de desarrollo potencial.

2.1.4.5. Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)

La ZDP está representada por la distancia existente entre el nivel real de desarrollo del niño y su nivel de desarrollo potencial (Vigotsky, 2009). Esta zona se encuentra determinada por aquellos problemas que el niño aún no puede resolver sin ayuda de otro. Según Vigotsky (2009): «define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su madurez y que ahora se encuentran en estado embrionario» (p. 133).

En conclusión, lo que se encuentra hoy en la zona de desarrolló próximo, estará en un futuro próximo en el nivel real de desarrollo; es decir, que lo que el niño es capaz de hacer hoy con la ayuda de otra persona, mañana lo podrá hacer por sí solo. En comparación con la zona real, «la zona de desarrollo próximo caracteriza el desarrollo mental prospectivamente» (Vigotsky, 2009. p. 134), es decir está definida por las funciones que en el niño aún se encuentran en proceso de maduración.

2.2. TEORÍAS DE APRENDIZAJE

Las teorías de aprendizaje buscan explicar los diferentes tipos de aprendizaje que existen y su habilidad para hacerlo difiere de una a otra. Por otra parte, representan un puente entre la investigación y las prácticas educativas, convirtiéndose en una herramienta para organizar y convertir los descubrimientos en recomendaciones para la docencia (Shunk, 2012).

2.2.1. *Aprendizaje Colaborativo (AC)*

La implicación personal a través del compromiso y la intervención activa de quien aprende es un componente esencial del aprendizaje. No obstante, en la presente investigación se observará el resultado que se obtiene de forma grupal mediante el aprendizaje colaborativo. De este modo, en la construcción del conocimiento, existe una relación de continuidad entre lo individual y lo grupal en el contexto del aprendizaje (Gros, 2008). Se puede decir que se habla de aprendizaje colaborativo, no sólo porque se necesita trabajar juntos, sino colaborar en alcanzar una meta que con más dificultad se puede lograr de manera individual (Gómez & Pérez, 2011).

Según Coll & Monereo (2008) el aprendizaje colaborativo es: «Una forma de organización social del aula y de los procesos de enseñanza y aprendizaje basada en la interdependencia positiva de objetivos y recursos entre los participantes» (p. 249).

Según Mercer (Citado por Gros, 2008), «cada vez que hablamos con alguien participamos de un proceso de colaboración en el que se negocian y se movilizan significados comunes» (p. 117). De esta manera, se puede entender el lenguaje como una herramienta para comprender conjuntamente.

En la actualidad se habla con frecuencia de la sociedad del conocimiento, la cual se basa principalmente en procesos generados a través de la interacción entre las personas y el intercambio de información mediante las TIC. De lo anterior, Koschman en 1996, definió el denominado CSCL (Computer Supported Collaborative Learning¹), que se refiere a la expresión aprendizaje colaborativo mediado, en el que el papel del ordenador es de artefacto mediador. Cabe anotar, que si se utiliza el ordenador como apoyo en el proceso del trabajo colaborativo,

¹ CSCL traduce Aprendizaje colaborativo apoyado por computador.

en un entorno presencial, no se hace necesaria la creación de espacios de intervención social virtual, para la discusión de las propuestas, ideas, etc., entre los integrantes de un grupo. Por tanto, es importante que el software que se utilice, tenga un nivel técnico que se acomode a las necesidades del trabajo colaborativo y que sea fácil de mantener (Gros, 2008).

2.2.1.1. Características del aprendizaje colaborativo

Para promover un logro efectivo de experiencias de aprendizaje colaborativo, se deben conformar grupos pequeños. Teniendo en cuenta que el uso de tecnologías, puede beneficiar el logro del aprendizaje colaborativo y la comprensión, debido al aprovechamiento de las herramientas que ofrecen, es recomendable un número de tres estudiantes por equipo. Por otra parte, el periodo de tiempo durante el cual se dará el trabajo conjunto, también afecta los objetivos, pues cuando se prolonga la duración de las sesiones de trabajo, los integrantes tienen oportunidad de conocerse mejor e integrarse efectivamente para generar aprendizaje, así como de desarrollar habilidades sociales, tales como: la explicación, regulaciones mutuas, compromiso con el éxito de los compañeros, aceptar y apoyar a los demás en la resolución de problemas en forma constructiva, para su exitosa inserción en el grupo (Calzadilla, 2002).

Algunas de las características que se utilizarán en la presente investigación, según Calzadilla (2002) son: la interactividad, la sincronía de la interactividad, la asincronía de la interactividad, y la negociación dialógica.

2.2.1.1.1. La interactividad

Consiste en relaciones bidireccionales, que se generan entre los integrantes de un grupo, Gómez & Pérez (2011), afirman:

Las aportaciones de dos o más individuos que trabajan en función de una meta común, puede tener como resultado un producto más rico y completo que la propuesta realizada por uno sólo, evidentemente motivado por las interacciones, negociaciones y diálogos que dan origen al nuevo conocimiento (p. 69).

El reparto del trabajo, de funciones o los roles diferenciados, entre los miembros del equipo, llevan a obtener el objetivo propuesto. La cognición individual no desaparece en la interacción entre iguales; si bien, se sabe que la interacción entre personas propicia, según Gómez & Pérez (2011): «actividades cognitivas adicionales en forma de explicaciones, desacuerdos, regulación

mutua, aclaraciones, ejemplificaciones situadas» (p. 70), procesos mediante los cuales aprendemos de una forma más compleja. Aunque no existe una demostración que lo anterior se dé sólo en la interacción colaborativa, es más probable que se desarrollen en medio del aprendizaje colaborativo que si se está solo.

2.2.1.1.2. *Sincronía de la interactividad*

Cuando se utilizan las tecnologías de la información para aprender, se genera un momento que es sincrónico, que requiere de respuestas inmediatas, al igual que un diálogo en vivo, entre los sujetos, en el cual estos se retroalimentan y las ideas y palabras de un integrante detonan en los demás nuevas ideas y respuestas. Esta sincronía, es defendida por algunos teóricos, por referirse a la colaboración como una actividad coordinada y sincrónica, que es resultado de un intento continuo por construir y mantener una idea de un problema (Zañartú, 2011).

2.2.1.1.3. *Asincronía de la interactividad*

El construir juntos un nuevo conocimiento o ampliar uno ya preconcebido, genera una segunda fase de la interactividad, la comunicación asincrónica. Ésta resulta más reflexiva, al pertenecer al ámbito individual, pues es una etapa de reflexión del aprendizaje colaborativo, a través de la cual se asimila el conocimiento adquirido, y el sujeto podrá aportar resultados más definitivos. Es decir, que el construir conocimiento, no se limita sólo al proceso social, sino que además tiene un carácter personal de reflexión y de interiorización, que es reconocido por el espacio asincrónico de la comunicación, en ella se pueden manifestar los resultados madurados personalmente y no solamente como consecuencia del dialogo interactivo (Zañartú, 2011).

2.2.1.1.4. *La negociación dialógica*

Proceso en el cual los individuos contrastan sus puntos de vista interpersonales con los del otro, hasta llegar a acuerdos interpersonales con relación a una idea, concepto, tarea o problema. Sin este tipo de negociación, el diálogo se transforma en un monólogo, y la función del interlocutor, queda reducida a receptor de mensajes. Mediante la negociación dialógica, se potencia el aprendizaje colaborativo basado en una discusión igualitaria en la que todos pueden aprender y enseñar a los demás, (Fecha, 2000, citado por Gómez, & Pérez, 2011).

2.2.1.2. Componentes del aprendizaje colaborativo

El enfoque de la construcción colaborativa del conocimiento resulta de un proceso de indagación e investigación dinámica, que pretende conseguir que los estudiantes alcancen competencias que les permitan formular preguntas, incrementar sus conocimientos, y poder profundizar y avanzar a partir de la evolución del conocimiento que se va generando. (Gros, 2008), algunos de sus componentes son: La negociación, el autoaprendizaje, compartir, co-construir e integrar.

2.2.1.2.1. Autoaprendizaje

Los estudiantes han otorgado la responsabilidad a los profesores del resultado de su aprendizaje, no obstante, si el protagonismo recae en los estudiantes, la responsabilidad se desplazará. El compromiso con el propio aprendizaje representa un elemento fundamental para avanzar en metodologías que se centren en el estudiante; además, el compromiso individual es un aspecto que favorece que el grupo con el que interactúe se desarrolle, de lo contrario estaríamos hablando de un grupo de individuos que trabajan juntos. Es decir, que cada uno de los miembros del grupo es responsable de su propio desempeño dentro del grupo, para así poder contribuir a la construcción del conocimiento grupal (Gros, 2008).

Según el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (2010), algunos componentes que sirven para evaluar el autoaprendizaje en los estudiantes son: indicar si ha aumentado su vocabulario técnico, si ha mejorado: su capacidad para interpretar información, su interés por la materia, su curiosidad e interés por investigar y descubrir cosas nuevas, su capacidad para extraer conclusiones y si ha aumentado su capacidad para resolver problemas en el área.

2.2.1.2.2. Compartir

Uno de los propósitos en el proceso compartido del avance de la cognición, consiste en involucrar a todos los integrantes de un grupo, en este. Los participantes, tienen diferentes saberes; de interactuar y compartir esos saberes, surge el desarrollo y avance del conocimiento colectivo. Ser y actuar como miembro de un grupo, implica entonces, compartir la responsabilidad del proceso de construcción del conocimiento; los estudiantes han de comprender el valor cognitivo de la colaboración y alcanzar la habilidad para utilizar recursos de forma distribuida socialmente: información necesaria, significados, concepciones y

conclusiones, compartir el conocimiento por medio de una actividad conjunta realizada de manera explícita, de manera que pueda ser revisada, cambiada y elaborada por los compañeros (Gros, 2008).

2.2.1.2.3. *Negociación*

Se refiere a uno de los procesos del modelo de cognición grupal de Stahl (Gros, 2008), cuya importancia en la construcción del conocimiento grupal, radica en que a través de ésta, los integrantes de un grupo que están trabajando juntos, van tomando decisiones grupales que afectarán el producto final del mismo. Stahl, considera que la negociación se convierte en un producto de la construcción del conocimiento, o sea que no se trata de dar opinión o votos, sino que la negociación implica un discurso elaborado (Gros, 2008).

En la negociación, el sujeto involucrado no impone su punto de vista de forma autoritaria, sino que debe argumentar, justificar, e intentar convencer o negociar significados con sus pares, de manera que permita emerger una comprensión mutua (Zañartú, 2011).

2.2.1.2.4. *Co-construir*

Este concepto está relacionado con las habilidades interpersonales de colaboración, las cuales son necesarias para que el grupo funcione de una manera efectiva, en equipo, con liderazgo y se llegue a la solución de conflictos. Su existencia hace que el aprendizaje colaborativo sea más complejo, en lugar de ser competitivo o individualista. Cuanto mejores sean las habilidades de trabajar en grupo, mayor será la calidad y cantidad del aprendizaje (Johnson & Johnson, 1999, citado por Gómez, & Pérez, 2011).

2.2.1.2.5. *Integrar*

El grupo reflexiona en forma periódica y evalúa su desempeño, verificando los cambios que debe hacer para aumentar la efectividad de los aportes que hacen cada uno de sus integrantes desde la asociación de ideas, sus conocimientos y experiencia, a los esfuerzos colectivos para alcanzar los objetivos propuestos por el grupo (Johnson & Johnson, 1999, citado por Gómez, & Pérez, 2011).

Es necesario tener en cuenta en este componente que los periodos de reflexión, deben permitir que los estudiantes se enfoquen en el análisis y raciocinio de las actividades realizadas y puedan integrar lo aprendido con lo conocido. (Collazos & Mendoza, 2006).

2.2.2. *Aprendizaje basado en problemas (ABP)*

Según Font (2004): «El aprendizaje por problemas es una metodología de aprendizaje que consiste en construir el conocimiento sobre la base de problemas de la vida real» (p. 79). En el ABP, se presenta inicialmente el problema, el cual debe indicar las necesidades de aprendizaje que requieren los estudiantes, quienes deben consultar la información necesaria para al fin regresar al problema y tratarlo. Para tener una comprensión global del problema y poder enfocarlo adecuadamente, debe generarse el estímulo de capacidades como: el liderazgo, la comunicación, la toma de decisiones, la creatividad, el trabajo pluridisciplinar (Font, 2004).

La selección del problema es parte fundamental en esta metodología de aprendizaje, según Font, (2004), debe tener dos componentes principalmente, uno es la familiaridad, es decir, el estudiante debe poseer información cotidiana sobre el fenómeno que se le plantea en el problema o haberlo observado alguna vez; en segundo lugar la contextualización, los problemas deben estar dentro de un contexto que le sea fácilmente identificable al estudiante. Estos elementos, propician motivación en el aprendiz, pues le permiten encontrar el objetivo de su aprendizaje. En consecuencia, el problema debe estar descrito en un lenguaje sencillo, contrastado con hechos o fenómenos observables, que planteen un reto, es decir una explicación. Entonces, el rol de los estudiantes será discutirlo y producir soluciones tentativas a los fenómenos que este plantee, describiendo procesos, principios o mecanismos relevantes (García, & otros, 2008).

2.2.2.1. Tipo de tarea y elaboración del problemas

Dentro del método de ABP, pueden existir tareas de diversa naturaleza. En la presente investigación, se aplica la denominada “*Tarea de estudio*”. La clase de tarea escogida, tiene como objetivo que los estudiantes asimilen un tema determinado, para lo cual debe formularse una tarea concreta, para que lo puedan estudiar e investigar. Esta tarea debe discutirse en un grupo de aprendizaje, pues es importante que se dé la activación del conocimiento previo. Se hace énfasis en la discusión posterior a la realización de la tarea, de modo que los integrantes

del grupo se ven precisados a explicar los unos a los otros y aclarar los conceptos entre sí. Este tipo de tarea puede aplicarse como introducción del tema, para así facilitar la adquisición de nuevos conocimientos y/o activar conocimientos ya existentes (García, & otros, 2008).

Para diseñar el problema, según Gracia, & otros (2008), se debe tener en cuenta:

- 1) Cuáles son los objetivos de aprendizaje que se persiguen.
- 2)Cuál es el tipo de tarea más adecuada para alcanzar estos objetivos.
- 3) En qué formato se propondrá a los estudiantes: relato, representación, vídeo, muestra de trabajo, autorregistros, etc. (p. 20).

Además, de lo anterior, las tareas deben cumplir con las siguientes condiciones:

1. Debe tener equilibrio entre lo que el estudiante conoce y desconoce, pues si trata de cuestiones conocidas no se sentirá estimulado, y si es demasiado desconocido, puede abandonar debido a la dificultad. (García, & otros, 2008).
2. Debe proponerse algo interesante y relevante para los estudiantes, para captar su atención y así se anime a ir en busca de la información que requiere. (García, & otros, 2008).
3. Debe permitir a los estudiantes formular sus propios objetivos de aprendizaje. (García, & otros, 2008).
4. Debe presentarse en un contexto natural, es decir que debe reflejar la complejidad de los problemas de la vida real. (García, & otros, 2008).

2.2.2.2. Características del ABP

Citando a Morales y Landa, (citados por Hidalgo, & otros, 2004):

[...] no existe una receta única para el diseño del ABP, pero la mayoría de los autores coinciden en que hay que seguir una serie de pasos básicos que pueden sufrir algunas variaciones dependiendo de: el número de alumnos, el tiempo disponible, los objetivos que se quiere alcanzar, la bibliografía disponible, los recursos con que cada profesor y entidad educativa cuenta, etc. (p. 303).

Teniendo en cuenta la cita anterior, se determinarán las siguientes características del ABP.

2.2.2.2.1. *Presentación del Problema*

Según Escribano & Del Valle (2015): «se pretende que los alumnos conozcan los objetivos de la materia y sean conscientes de la responsabilidad de pasar de un enfoque metodológico a otro más innovador como el ABP» (p. 111).

El problema que se propone a los estudiantes debe ser tomado de la vida real, de modo que llame la atención de los mismos y del cual puedan dar una solución, conforme a la unidad instruccional que se está estudiando (Pazmiño & Flórez, 2011).

2.2.2.2.2. *Centrado en el alumno*

A través del ABP, se busca desarrollar habilidades en los estudiantes, tales como, la comunicación oral y escrita, la resolución de problemas, desarrollar el pensamiento crítico, al permitir que el estudiante compare por sí mismo los conocimientos previos que tiene con los que adquiere en el proceso, desarrollando habilidades de juicio, para aceptar o rechazar lo nuevo aprendido y poder construir su propio conocimiento; adicional a esto, se propicia el desarrollo de habilidades de administración de tiempo, así como de autoaprendizaje (Pazmiño & Flórez, 2011).

2.2.2.2.3. *Profesor como facilitador o asesor*

El profesor debe mostrar el tema de una manera asequible a sus estudiantes, además tiene la obligación de asegurar que las tareas se realicen siguiendo un nivel adecuado a los estudiantes que la van a realizar (Moust, 2007). En consecuencia, el profesor debe pensar la materia “desde quien debe aprenderla”, es decir, se hace necesario que el trabajo con problemas exija del profesor respuesta a las cuestiones que están relacionadas con:

- a. ¿Cómo podrán abordar mejor el tema?
- b. ¿Con qué tipo de dificultades pueden encontrarse?
- c. ¿Cómo facilitar la evolución del grupo de alumnos?
- d. ¿Qué tipo de apoyo o ayudas complementarias pueden necesitar los estudiantes para avanzar de manera autónoma en su aprendizaje? (Escribano & Del Valle, 2015).

Finalmente, el profesor o tutor, no tiene por qué ser experto en la materia, sino que sus habilidades deben referirse a la capacidad para supervisar el proceso, garantizando la

participación de todos los miembros del grupo, y hasta llegando a ser parte de él (Escribano & Del Valle, 2015).

2.2.2.2.4. *Participación activa del alumno*

Según Moust, (2007): «El aprendizaje basado en problemas considera al estudiante capaz de estudiar por sí mismo, sin ayuda ni necesidad de ser alimentado constantemente por el profesor» (p. 18). Para que tenga lugar la anterior situación, es necesario que el estudiante adopte una postura activa en el aprendizaje, es decir, debe estar dispuesto a aprender significativamente, lo que podrá evidenciarse, al mostrar curiosidad sobre los problemas relativos al tema, al utilizar el conocimiento que posee con anterioridad, estableciendo relaciones significativas entre el conocimiento y habilidades conseguidas anteriormente y los nuevos conocimientos adquiridos, mediante un análisis profundo de la materia o tema en cuestión. Todo lo anterior requerirá además, disciplina por parte de los estudiantes, aprender a distinguir lo importante, de lo trivial, trazar un plan de estudio individual, consultar a sus compañeros y profesor inquietudes, así como compartir y explicar lo que han aprendido (Moust, 2007).

Según, Escribano & Del Valle (2015), el estudiante cuando se enfrenta a un problema, como punto de partida debe seguir los procesos indicados en la Figura 1.

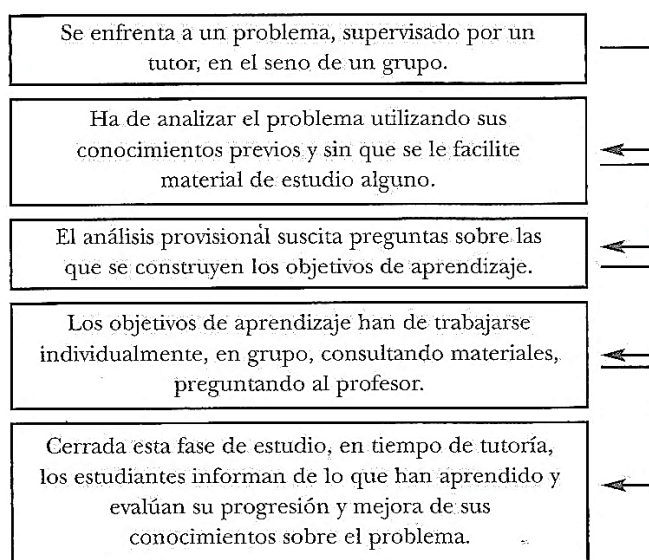


Figura 1. Procesos para enfrentar un problema.
Fuente: Escribano & Del Valle (2015, p. 24).

2.2.2.2.5. Entorno flexible

García & otros (2008) afirman: «en la metodología ABP todo el trabajo realizado en el aula se desarrolla en grupo y para realizarlo de manera correcta el mobiliario debe de ser adaptable y permitir la reunión cómoda de los miembros del grupo» (p. 86). De lo anterior, es importante tener en cuenta el entorno físico, donde se desarrollarán las sesiones del ABP. Adicional a lo planteado, al momento de diseñar un entorno de aprendizaje, deben considerarse cuatro ejes, según Rodríguez & Escofet (2006): «el aprendiz (learner), el conocimiento, la evaluación y la comunidad» (p. 22).

2.2.2.2.6. Evaluación compartida

Escribano & Del Valle (2015), sostienen que la evaluación en el ABP, es utilizada como un instrumento más de aprendizaje, donde el estudiante es evaluado por el profesor y por los integrantes del grupo en distintos aspectos como: «preparación de la sesión, participación y contribuciones al trabajo de grupo, habilidades interpersonales y de comportamiento interpersonal, contribuciones al proceso de grupo, actitudes y habilidades humanas, evaluación crítica» (p. 115) y mediante diferentes herramientas: «examen escrito, examen práctico de problemas reales, mapas conceptuales, evaluación del compañero, autoevaluación, evaluación al tutor, presentación oral y portafolios» (p. 115). Cabe anotar que el portafolio es un instrumento de evaluación importante que en Font (2004), se define como: «una colección cuidadosa que reúne trabajos del estudiante y cuenta con la historia de sus esfuerzos, su progreso, o sus logros en determinadas áreas».

2.2.2.3. Elementos del ABP

Para llevar a cabo un método formativo como lo es el aprendizaje basado en problemas, según Moust, (2007), se deben tener en cuenta los siguientes elementos: Un problema, conocimientos previos y preguntas.

2.2.2.3.1. Problema

Una vez que el problema dirige el aprendizaje, (Restrepo, 2005), este debe requerir un estudio exhaustivo. Inicialmente, los estudiantes tratarán de analizar provisionalmente el problema con

los conocimientos previos que poseen. De este análisis, surgen preguntas, que en un comienzo no pueden ser aclaradas ni comprendidas, no obstante, estas conformarán la base sobre la que se establecen los objetivos del aprendizaje en el estudio individual, el cual se va desarrollando, utilizando recursos como libros, tutor, internet, videos, guías, entre otros (Moust, 2007).

2.2.2.3.2. *Conocimientos previos*

Reconocer los conocimientos que poseen los estudiantes, es fundamental tanto para la elaboración de problemas y preguntas, como para aumentar la motivación de su trabajo grupal. Estos conocimientos previos son activados por el proceso que conlleva a pensar sobre el problema (Moust, 2007) y a su vez descubrir posteriormente los nuevos conocimientos que deben aprender. Aunque el conocimiento previo, puede ser limitado, sirve de marco de referencia para el que se necesita aprender. Adicional a lo anterior, el hecho de que los temas tratados no sean del todo desconocidos por los estudiantes, mejora su motivación para seguir trabajando, lo cual es necesario para poder complementar lo que ya sabe con la nueva información (García & otros, 2008).

2.2.2.3.3. *Preguntas*

Son aquellas cuestiones, dudas que surgen del problema planteado, y la motivación o necesidad que surge de darle solución al mismo, empleando diversas fuentes (Moust, 2007). Estas deben, promover un entendimiento con mayor claridad y profundidad en lo que respecta a la comprensión, ser formadoras de hipótesis, de ampliación, informativas y algunas de sus características son: Que sea abierta – cerrada, no limitada a una única respuesta correcta, relacionada con el conocimiento aprendido previamente, dirigida a temas controvertidos que provoquen diferentes opiniones (Escribano & Del Valle, 2015).

2.2.2.4. *Fases del ABP*

Según el Equipo de Pedagogía UTP (2014), que trabaja en el proyecto Computadores para Educar, del Ministerio de Tecnologías de la Información y las Comunicaciones de Colombia MINTIC, el ABP puede desarrollarse en cuatro fases:

2.2.2.4.1. *Problémica*

Es la fase en la cual se reconoce el problema, se identifican los saberes necesarios e inclusive los que aún no se poseen para proponer una solución a éste, y se da lugar a estrategias que permitan representar el problema y comprender la situación dada. Es preciso que los estudiantes, cuando enfrentan un problema, reconozcan la situación que es problémica, y este reconocimiento, les permita determinar qué saberes poseen y cuales no y así puedan promover una relación entre el conocimiento que ya tienen y el que van a comenzar a investigar o consultar.

2.2.2.4.2. *Investigativa – formativa*

En esta fase los estudiantes acceden por diferentes medios a la información y procedimientos que no tienen o conocen y van a construir ese conocimiento que les permita enfrentar la situación problémica.

2.2.2.4.3. *Soluciónica*

En esta fase los estudiantes proponen soluciones posibles al problema, que ya se ha determinado que es una situación que requiere una solución, aquí se tienen las opciones de presentar las diferentes soluciones que se consideran, luego de tener el conocimiento construido sobre los saberes del problema, para poder brindar una solución basada en el conocimiento que se tiene.

2.2.2.4.4. *Productiva*

Es en la cual se deja la síntesis del conocimiento que se construyó, con el propósito de dar solución al problema, teniendo en cuenta que el problema es visto como un medio que posibilita construir conocimiento, que es precisamente a lo que se desea llegar. En esta fase final, los estudiantes estarán en la condición de decir qué conocimientos ya tenían y los que ahora saben, es decir los conocimientos que construyeron.

2.3. COMPRENSIÓN

De acuerdo con Stone (1999), la comprensión es aquella «habilidad de pensar y de actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe» (p. 69). Además, la autora menciona que la comprensión es: «algo que se posee más que la capacidad de realización» (p. 69), las personas pueden reconocerla a través del desempeño, lo cual se ha evidenciado en diversas investigaciones sobre cognición humana. La comprensión se puede reconocer por un criterio de desempeño flexible, es decir, cuando el sujeto puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Cuando un alumno no puede hacer más que memorizar, y su pensamiento y actuar son repetitivos, se evidencia falta de comprensión; por el contrario, al comprender está en la capacidad de: explicar, justificar, extrapolar, vincular y aplicar métodos que van más allá del saber y la habilidad rutinaria.

2.3.1. Componentes de la comprensión

Para responder algunas preguntas sobre comprensión tales como: ¿Qué tópicos vale la pena comprender?, ¿Cómo podemos promover la comprensión?, entre otras cuestiones sobre la comprensión relacionadas en Stone (1999), se definen cuatro elementos sobre una enseñanza para la comprensión: tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y evaluación diagnóstica continua.

2.3.1.1. Tópicos generativos

Los tópicos o temas generativos, marcan lo que los estudiantes investigarán. De modo que el docente es quien debe ajustar el currículo a las necesidades de sus estudiantes, y para que este favorezca la comprensión debe procurarse no sólo ofrecer información. En su lugar, debe involucrarse a los estudiantes en constantes indagaciones, que los conduzca a resolver preguntas y problemas fundamentales. Según Stone (1999):

Es probable que un tópico sea generativo cuando es central para el dominio o la disciplina, es accesible e interesante para los alumnos, excita las pasiones intelectuales

del docente y se conecta fácilmente con otros tópicos tanto dentro como fuera del dominio o disciplina particular (p. 97).

De aquí, que la cantidad generativa de un tópico cambia de acuerdo con la edad, el contexto social y cultural, los intereses personales y la formación de los estudiantes. Se tiene en cuenta, además que los tópicos generativos se asocian con los conocimientos y experiencias previas de los estudiantes, así como con las ideas más importantes en diferentes disciplinas e incluso entre ellas (Stone, 1999).

2.3.1.2. Metas de comprensión

Las metas especifican las ideas, procesos, preguntas, que los estudiantes comprenderán mejor mediante la investigación. Definirlas, exige que los profesores diferencien las metas finales individuales de las metas académicas intermedias, tales como aprender a cooperar o aprender a tomar buenos apuntes, las cuales pueden ser importantes, pero su atención no conlleva a desarrollar la comprensión de los estudiantes (Stone, 1999).

Para ayudar a la formación de estas metas, resulta adecuado centrarse en los grandes objetivos que el docente espera emprender, una pregunta que permite reflexionar sobre las metas fundamentales del docente es, ¿Qué es lo que más quiere que el estudiante comprenda al final del periodo o la unidad didáctica? Otra estrategia que favorece la articulación y distinción de las metas de comprensión, es completar oraciones que comienzan de la forma: “Los estudiantes valorarán...”, “Los estudiantes comprenderán...” (Stone, 1999).

Es importante que las metas de comprensión dirijan tanto a profesores como a estudiantes a una tarea realmente significativa. Por lo que, si las metas están orientadas hacia una estructura compleja que contienen submetas, éstas llevarán a metas más amplias y que están centradas en conceptos claves y modos de investigación importantes en la materia de estudio (Stone, 1999).

2.3.1.3. Desempeños de comprensión

La definición de desempeño relacionado con la comprensión, refiere a la capacidad o tendencia de utilizar lo que se sabe cuándo se actúa en el mundo. De este modo, los desempeños que van ligados con esta definición deben ir más allá de la información dada, y contener acciones como: explicar, interpretar, analizar, relacionar, comparar, hacer analogías, las cuales deberán responder a la pregunta ¿Qué pueden hacer los estudiantes para desarrollar y demostrar su

comprensión?, cuya respuesta permite a los profesores promover una variedad de actividades mayor a la que abarcan las tareas típicas, de modo que los estudiantes puedan llevar a la práctica la comprensión, en una infinidad de maneras creativas y así utilizar las diversas inteligencias que poseen (Stone, 1999).

Los desempeños de comprensión buscan comprometer a los estudiantes en el desarrollo de su propia comprensión, en lugar de enseñar el conocimiento producido por otros. Para que las cadenas de desempeño sean más productivas, en Stone (1999), se plantean tres categorías progresivas: a) Etapa de exploración: «por lo general aparecen al principio de una unidad y sirven para traer a los alumnos al dominio de un tópico generativo» (p. 104). b). Investigación guiada: «involucra a los alumnos en la utilización de ideas o modalidades de investigación que el docente considera centrales para la comprensión de metas identificadas» (Stone, 1999, p. 105). Proyecto final de síntesis: «demuestran con claridad el dominio que tienen los alumnos de las metas de comprensión establecidas» (Stone, 1999, p. 105).

El diseño de las clases de aula junto con sus actividades, no tiene necesidad de ser complejo para que se dé la comprensión, puede generarse inclusive a partir de clases relativamente tradicionales; lo importante es que las actividades estén diseñadas para involucrar a los estudiantes y que pongan en práctica la comprensión que van alcanzando. Los desempeños de comprensión deben entonces, vincular directamente las metas de comprensión, desarrollar y aplicar la comprensión mediante la práctica y utilizar múltiples estilos de aprendizaje y formas de expresión y de inteligencia, y promover un compromiso reflexivo mediante tareas que implican un desafío y que sean posibles de realizar (Stone, 1999).

2.3.1.4. Evaluación diagnóstica continua

Cuando la enseñanza es efectiva, se está constantemente comparando el desempeño actual, respecto del anterior y con el que se pretende llegar. Además un elemento clave de este tipo de evaluación, es que estudiantes y profesor comparten la constante responsabilidad de analizar cómo están avanzando los estudiantes hacia los desempeños de alto nivel. Docentes han podido verificar que la evaluación diagnóstica se hace más valiosa cuando todos los miembros de la clase participan del proceso (Stone, 1999).

En Stone (1999), se definen los siguientes criterios para determinar rasgos efectivos de la evaluación diagnóstica:

- Criterios relevantes, explícitos y públicos: Están vinculados directamente con las metas de comprensión.
- Evaluación diagnóstica continua: Se realizan conjuntamente en cada desempeño significativo de comprensión.
- Múltiples fuentes: Evaluación de su trabajo por parte del profesor, de sus propios desempeños y de los de sus pares.
- Estimar el avance y configurar la planificación: Los alumnos aprenden no sólo cómo han cumplido un desempeño, sino también cómo pueden mejorarlo. La evaluación diagnóstica informa al docente cómo responder tanto a los alumnos individualmente como a la totalidad de la clase a la hora de diseñar las siguientes actividades educativas (p. 108).

Valorar de manera correcta y precisa el conocimiento matemático adquirido por un estudiante, en cierto momento, es un problema reconocido en educación matemática. Sobre todo, resulta difícil evaluar las representaciones internas de los conocimientos, puesto que se puede obtener información detallada de lo que manifiestan los sujetos pero no de qué sucede al interior de sus mentes. Por lo que se hace necesario enfocar la evaluación a las demostraciones externas, como “registros objetivos” y, como menciona Gallardo (2004): «considerar las interpretaciones sobre las características internas como conjeturas provisionales y siempre aproximadas a la situación real» (p. 138).

Para reconocer entonces el estado de la comprensión en un estudiante a cerca de conceptos u objetos, debe permitírsele a aquel tener a su disposición herramientas, habilidades y conocimientos que pueda emplear para responder a situaciones y tareas, cuya comprensión se desea observar. Por lo anterior, es pertinente que las tareas requieran respuestas con las que se pueda verificar de alguna forma la comprensión del conocimiento esperado. Según Gallardo (2004):

es necesario que la tarea o situación propuesta sea específica, sencilla de entender, sin distractores, de respuesta controlada, atractiva para el resolutor, a ser posible lúdica, preferiblemente un verdadero problema y de una dificultad media dentro de las de su misma especie (p. 138).

2.3.2. *Comprensión del conocimiento matemático*

Según Godino, Díaz y Batanero (citado por Gallardo, 2004):

Los términos y expresiones matemáticas denotan entidades abstractas cuya naturaleza y origen tenemos que explicitar para poder elaborar una teoría útil y efectiva sobre qué entendemos por comprender tales objetos. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos son posibles y deseables que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? (p. 79).

Debido a la complejidad que puede tener un objeto matemático, puede ser más útil en lugar de la cuestión del significado de la comprensión, otras como, qué aspectos de estos objetos son más convenientes y adecuados para que los estudiantes comprendan, según su nivel y el tipo de institución en la que se encuentre. La comprensión de un objeto matemático, requiere que el sujeto reconozca el propósito de los tipos de problemas que le son propuestos, y se apropie de su significado. Además de lo anterior, la comprensión requiere de procesos sociales y no únicamente mentales como suelen afirmarlo algunos autores (Gallardo, 2004).

Al estudiar el fenómeno de la comprensión (Gallardo, 2004), se reconoce que esta se caracteriza por ser: Operativa, indirecta, epistemológica y fenomenológica, positiva, provisional, limitada y abierta, y objetiva:

2.3.2.1. Operativa

Como aún no es posible responder a cuestiones sobre las representaciones internas que construye un sujeto en su mente, ni si existen esquemas gráficos o simbólicos que muestren con precisión y claridad su organización mental interna respecto a un determinado conocimiento matemático, resulta más probable profundizar en aspectos que se pueden observar a través de tareas y situaciones que permiten al sujeto responder. Para esto, los modelos que están centrados en procesos dinámicos tales como: origen y génesis, funcionamiento, evolución, efectos, favorecen más la observación y contrastación empírica de aspectos de la comprensión. Es decir, que lo que se busca es la facilidad para realizar estimaciones objetivas y realizar comparaciones (Gallardo, 2004).

2.3.2.2. Indirecta

Es preciso reconocer las limitaciones de un investigador, para estudiar de manera directa la comprensión que tiene un sujeto acerca de un conocimiento matemático; sin embargo, ésta puede ser abordada indirectamente mediante la observación de las acciones que realiza un individuo en su intento por resolver situaciones problemáticas que necesitan del uso de ese conocimiento matemático (Gallardo, 2004).

De lo anterior, se puede decir, que resulta más viable y apropiado confrontar el asunto indirecto de establecer cuándo decir que un sujeto manifiesta cierta comprensión de un conocimiento matemático, utilizando manifestaciones externas de la comprensión, en nuestro caso de adición y sustracción de expresiones algebraicas, se dirá que el estudiante comprende los conceptos si puede emplearlos espontánea y exitosamente en todas aquellas situaciones que lo requieran (Gallardo, 2004).

2.3.2.3. Epistemológica y fenomenológica

Para estudiar el alcance de la comprensión se ha de observar el comportamiento del sujeto frente a situaciones que necesitan dar sentido a la aplicación del conocimiento adquirido. En terrenos como la psicología de la educación matemática, se hace esencial tener en cuenta la relación del conocimiento matemático con los problemas y situaciones que hacen que sea significativo. Donde se hace a la vez necesaria la epistemología para clarificar tal relación (Gallardo, 2004).

2.3.2.4. Positiva

La comprensión como se ha descrito hasta el momento en el presente trabajo, dirige su atención a los nuevos modos de conocimiento, a lo que los estudiantes comprenden, las acciones que desarrollan en su intento por resolver las situaciones problemáticas, lo que se entiende como un punto de vista “positivo”. Otro caso, está centrado en los obstáculos epistemológicos, es decir, en la forma insuficiente o incorrecta de conocer, o en estudiar lo que no comprenden los estudiantes, lo que se entiende como punto de vista “negativo” (Gallardo, 2004).

2.3.2.5. Provisional, limitada y abierta

El carácter inobservable, por lo menos de un modo directo, que presenta la comprensión, no permite que las conclusiones y planteamientos observados sean definitivos, es decir, son provisionales. Por lo que, el diagnóstico y evaluación, deben plantearse, según Gallardo (2004): «en términos de aproximaciones sucesivas a una situación cognitiva real que nunca vamos a poder determinar con precisión» (p. 293), no es posible tener todas las situaciones donde adquiriera sentido el conocimiento matemático, cuya comprensión se desea investigar.

Por otro lado, la estimación que se hace de la comprensión de un conocimiento matemático, debe considerarse abierta, una vez que este conocimiento, suele apoyarse en otros conocimientos matemáticos, cuya comprensión no se suele analizar de manera directa. De modo que, la propia comprensión del conocimiento que se ha escogido dependerá de otros conocimientos previos (Gallardo, 2004).

2.3.2.6. Objetiva

La aproximación que se hace al estudio de la comprensión del conocimiento matemático, en principio evita sustentarse en afirmaciones sobre aspectos internos de la mente del estudiante, estos no son refutados ni descartados. De lo anterior, se puede decir, que es una aproximación objetiva, la cual según Gallardo (2004): «necesita de esfuerzos comunes en un trabajo que a medio y largo plazo podría proporcionar resultados válidos sobre cada uno de los aspectos (externos e internos) relacionados con la comprensión del conocimiento matemático» (p. 144).

2.3.3. *Aprendizaje del contenido curricular*

El contenido que se desea enseñar en un currículo, puede clasificarse de tres maneras: como conocimiento declarativo, procedimental y actitudinal (Díaz & Hernández, 2002). En la presente investigación se tendrán en cuenta los dos primeros.

2.3.3.1 Aprendizaje de contenidos declarativos

Corresponde al saber qué, es de tipo declarativo y teórico, el cual conforma el andamio sobre el cual se fundamenta una asignatura, en el caso que compete al presente trabajo, es álgebra y el

conocimiento declarativo que se desarrolla es el de adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades. Este saber qué, se puede definir como la competencia que refiere al conocimiento de hechos, conceptos y principios. El conocimiento declarativo que se tiene en cuenta, es el conocimiento conceptual, el cual según Díaz & Hernández (2002): “Se construye a partir del aprendizaje de conceptos, principios y explicaciones, los cuales no tienen que ser aprendidos en forma literal, sino abstrayendo su significado esencial o identificando las características definitorias y las reglas que lo componen” (p. 53). En este, se da una asimilación del significado de la nueva información, para lo cual es necesario el uso de los conocimientos que posee el estudiante, es decir sus conocimientos previos. Algunas de las características de la adquisición del conocimiento conceptual (Díaz & Hernández, 2002), son:

- a. Consiste en la asimilación y relación con los conocimientos previos.
- b. La forma de adquisición del conocimiento es progresiva.
- c. El tipo de almacenaje de los conceptos es de redes conceptuales.
- d. Las actividades básicas que realizan los estudiantes consisten en búsquedas de significado (elaboración y construcción personal).

2.3.3.2 Aprendizaje de contenidos procedimentales

Corresponde al saber hacer, es de tipo práctico, hace referencia a la realización de procedimientos, habilidades, métodos, etc., está basado en la ejecución de varias acciones u operaciones. Algunos ejemplos de procedimientos son: uso de algoritmos u operaciones matemáticas, diseño de mapas conceptuales, uso de programas o páginas interactivas, elaboración de resúmenes o extracción de ideas fundamentales. Además, este tipo de aprendizaje se da en cuatro etapas, que son (Díaz & Hernández, 2002):

1. Apropiación de datos relevantes relacionados con la tarea y su naturaleza: se centra en ofrecer al estudiante el conocimiento declarativo que se relaciona con el procedimiento de las tareas que se desarrollarán y sus reglas generales de aplicación.
2. Realización del procedimiento: el estudiante pasa a resolver por tanteo y error y el docente va corrigiendo y retroalimentando en la práctica. En esta fase ocurren los dos tipos de contenido, declarativo y procedimental, finalmente debe quedar fijado el procedimiento.
3. Automatización del procedimiento: esta etapa se evidencia, si en el procedimiento se muestra facilidad, unidad y ritmo continuo cuando se ejecuta, lo que se logra con la práctica continua de situaciones adecuadas.

4. Mejoramiento indefinido del procedimiento: El cual diferencia entre un experto y un principiante, es decir, quien domina el procedimiento y quien inicia en su aprendizaje.

En conclusión, los conocimientos conceptuales y procedimentales son complementarios, de manera que la enseñanza de una competencia procedimental, debe dirigirse en un doble sentido: a. Para que el estudiante conozca su uso y aplicación correcta y b. Para que al utilizarla desarrolle su conocimiento conceptual (Díaz & Hernández, 2002); (Gallardo, 2004).

2.4. APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Un aspecto importante del aprendizaje son las interacciones, que consisten en el intercambio comunicativo, recíproco y voluntario entre actores que participan de un acto intencionado como es el de enseñar o aprender. Al hablar particularmente del aprendizaje matemático, se asumen los aspectos sociales y culturales como parte importante de éste; donde el docente debe diseñar actividades o adecuar las que ya existan, de modo que surjan interacciones en su clase, las cuales pueden ser, entre docente y alumno, docente y clase completa, alumno y alumno, docente y pequeño grupo, pequeño grupo y pequeño grupo (Falsetti, 2003).

Uno de los principales vehículos del aprendizaje significativo de las matemáticas, es la actividad de resolver problemas, además que resulta ser fuente de motivación para los estudiantes, puesto que les permite contextualizar y hacer personales los conocimientos (Falsetti, 2003). No obstante, debe tenerse en cuenta que es natural que los estudiantes tengan dificultades y cometan errores en el proceso de aprendizaje, de los cuales también pueden aprender (Godino, Batanero, & Font, 2003).

Según Godino et al. (2003), las teorías psicológicas constructivistas, se basan en la visión filosófica de la matemática conocida como constructivismo social. Desde este punto de vista, el aprendizaje de las matemáticas, se puede ver desde dos concepciones, la concepción idealista – platónica y la concepción constructivista, definidas por las creencias existentes sobre la relación entre la matemática y su aplicación.

2.4.1. *Concepciones del aprendizaje de las matemáticas*

A continuación se muestran algunas concepciones acerca del aprendizaje de las matemáticas que interesan al presente trabajo investigativo.

2.4.1.1. Concepción idealista – platónica

Considera que el estudiante primero debe adquirir las estructuras fundamentales de la matemática de manera axiomática. Una vez adquirida esta base, es más fácil que el estudiante por sí mismo sea capaz de resolver los problemas y aplicaciones que se le presenten. Es decir, que sin un buen fundamento matemático, desde esta posición, no sería posible aplicar la matemática, a menos de que se trate de problemas o situaciones muy triviales (Godino et al., 2003).

De este modo, se establece que la matemática pura y la aplicada son dos disciplinas diferentes; es más, las aplicaciones de la matemática incluso serían tenidas como un apéndice en el estudio de la matemática, de manera que no se genera perjuicio sino se tiene en cuenta por parte del estudiante. Las personas que tienen esta posición consideran la matemática como una disciplina autónoma, es decir: «podríamos desarrollar las matemáticas sin tenerse en cuenta sus aplicaciones a otras ciencias, tan solo en base a problemas internos a las matemáticas», (Godino et al., 2003, p. 16).

2.4.1.2. Concepción constructivista

Por otro lado, existe otro grupo de profesores y matemáticos que consideran que se debe dar un énfasis en la relación que hay entre las matemáticas y sus aplicaciones en el desarrollo del currículo. Desde esta concepción, se le da relevancia a la utilidad de cada tema de la matemática, antes de ser enseñado o presentado a los estudiantes. Es decir, que las aplicaciones tanto externas como internas, deben preceder el aprendizaje de la matemática, de modo que este surja de manera espontánea de la mente y el genio humano, como respuesta natural a los problemas del entorno en que el ser humano vive. Los estudiantes deben descubrir por sí mismos que la axiomatización, generalización y abstracción de la matemática son esenciales para comprender los diferentes problemas de la naturaleza y la sociedad (Godino et al., 2003).

2.4.2. *Características de las matemáticas y su aprendizaje*

Cada vez más se da reconocimiento a la labor cultural de la matemática y a su educación como promotora de esta cultura. Su principal objetivo no es hacer de los futuros ciudadanos “matemáticos aficionados”, ni que realicen cálculos complejos, que hoy en día pueden realizar los ordenadores, lo que se espera es favorecer una cultura que les permita desarrollar capacidades para interpretar, evaluar críticamente, discutir, o comunicar información matemática cuando sea preciso, además de competencias para resolver problemas que se presenten en la vida diaria o en el trabajo. Los rasgos que caracterizan la matemática y su aprendizaje, desde un punto de vista constructivista – social son: modelización y resolución de problemas, razonamiento matemático, lenguaje y comunicación, estructura interna, naturaleza relacional, exactitud y aproximación (Godino et al., 2003).

2.4.2.1. Modelización y resolución de problemas

Ciertos conocimientos matemáticos permiten hacer modelos y resolver problemas en otras disciplinas, lo que suele propiciar la base intuitiva sobre la que se forman nuevos conocimientos matemáticos. Debe tenerse en cuenta, que desde la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los problemas, deben ser acordes a la edad y conocimientos de los estudiantes, por lo que, no deben ser iguales a problemas propuestos a un matemático, que a un adulto, adolescente o niño, debido a que sus necesidades son distintas. La realidad de los estudiantes contiene su propia percepción del mundo, entorno físico y social, y elementos lúdicos que puedan despertar más su atención, que aquellas situaciones que le interesan al adulto, por esto de su selección depende la activación del conocimiento matemático (Godino et al., 2003).

2.4.2.2. Razonamiento matemático

En la construcción de la matemática, históricamente, se ha observado el papel activo que tiene el razonamiento inductivo, en la generación de nuevos conceptos, en comparación con el razonamiento deductivo. Una situación común en los diseños curriculares es relegar los procesos intuitivos a segundo plano, lo que aleja a los estudiantes de un poderoso instrumento de búsqueda y construcción del conocimiento matemático.

Otros componentes importantes dentro del razonamiento matemático son la formalización y abstracción, según Godino et al., (2003):

La formalización, precisión y ausencia de ambigüedad del conocimiento matemático debe ser la fase final de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla (p. 24).

A la matemática se le atribuyen características de precisión, carácter formal y abstracto, organización axiomática, que le dan su lugar como ciencia construida, tanto en su origen histórico, como en su asimilación por parte de los estudiantes; no obstante, resulta inseparable la construcción del conocimiento matemático, de la actividad concreta sobre los objetos y del apoyo de la intuición y de las aproximaciones inductivas activadas por la resolución de problemas y tareas particulares. Es decir, que la experiencia y la comprensión de los conceptos y propiedades, a partir de la realidad, es a la vez, un paso anterior a la formalización y condición necesaria para interpretar y utilizar dicha formalización (Godino et al., 2003).

2.4.2.3. Lenguaje y comunicación

El conocimiento matemático tiene un carácter distintivo, debido a su poder como instrumento de comunicación, preciso y sin ambigüedades. Debido a la utilización de distintos sistemas de notación simbólica, tales como números, letras, gráficos, etc., la matemática es útil para representar de forma precisa información muy diversa sobre la naturaleza, destacando algunos aspectos y relaciones que no se pueden observar a simple vista y permitiendo anticipar y predecir situaciones o deducciones que no se han producido aún. Las notaciones simbólicas pueden lograr estos resultados debido a la propia naturaleza del conocimiento matemático al que sirven de soporte (Godino et al., 2003).

2.4.2.4. Estructura interna

Las matemáticas poseen una estructura interna que es especialmente rica y significativa, la cual relaciona y organiza sus diferentes partes. Existe un elemento vertical en esta estructura que fundamenta unos conceptos dentro de otros, que requiere una secuencia temporal en el aprendizaje y exige, en ocasiones, estudiar aspectos con la finalidad de poder constituir otros que se consideran de verdad importantes, desde el punto de vista educativo (Godino et al., 2003).

2.4.2.5. Naturaleza relacional

Desarrollar conocimiento matemático es una facultad del ser humano, que le permite establecer relaciones entre los objetos, tener capacidad para abstraer y tomar en consideración tales relaciones en desventaja de otras igualmente presentes. Por ejemplo, la relación de igualdad entre dos expresiones algebraicas, las relaciones más bajo que, más alto que, son construcciones mentales y no una simple lectura de las propiedades de objetos, mejor dicho, son la relación existente dentro de una propiedad, el tamaño. La actividad de comparar objetos, respecto a esta relación, está en detrimento de otras posibles, tales como: el color, la forma, la densidad, el volumen, etc. (Godino et al., 2003).

2.4.2.6. Exactitud y aproximación

Una característica importante de la matemática, es la dualidad desde la que se puede observar la realidad. De una parte, es una ciencia exacta, pues los resultados de una operación o transformación son unívocos. De otra, cuando se compara el modelo matemático de un hecho de la realidad, siempre resulta aproximada, pues el modelo no es exacto a la realidad.

En la enseñanza es frecuente que se potencie una de las dos fases, principalmente la de la matemática como ciencia exacta, así se prefiere la matemática de la certeza y exactitud a la de la probabilidad y la estimación. No obstante, la enseñanza de la matemática escolar debe potenciar ambos enfoques, no solamente por su riqueza, sino porque han sido dejadas en un segundo plano y tienen una importante incidencia en la aplicación de la matemática actual (Godino et al., 2003).

2.5. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

A continuación se presenta la estructura algebraica de los polinomios junto con sus características y propiedades y algunas definiciones y que fueron objeto de aprendizaje en el presente estudio.

2.5.1. Anillos y cuerpos

Según Ayres (2003), con relación a un anillo y las propiedades que lo constituyen, afirma que:

Se dice que un conjunto no vacío \mathcal{R} forma anillo con respecto a las operaciones binarias de la adición (+) y multiplicación (\bullet), si para cualesquiera $a, b, c \in \mathcal{R}$ se verifica las siguientes propiedades:

1. Ley asociativa de la adición: $(a + b) + c = a + (b + c)$
2. Ley Conmutativa de la adición: $a + b = b + a$
3. Existencia del neutro aditivo, el cero: $\exists z \in \mathcal{R}$, tal que $a + z = a$
4. Existencia de simétricos aditivos: $\forall a \in \mathcal{R}, \exists -a \in \mathcal{R}$ tal que $a + (-a) = z$
5. Ley asociativa de la multiplicación: $(a \bullet b) \bullet c = a \bullet (b \bullet c)$
6. Leyes distributivas: $(a + b) \bullet c = a \bullet c + b \bullet c$
 $c \bullet (a + b) = c \bullet a + c \bullet b$

Si además $a \bullet b = b \bullet a$, el anillo se dice que es conmutativo. (p. 101).

Si existe un elemento $e \in \mathcal{R}$, tal que $a \bullet e = e \bullet a$, el anillo se dice que es *unitario*; y al elemento e , lo llamaremos *neutro multiplicativo de \mathcal{R}* . (Lewin, sf)

Definición: Un anillo conmutativo y unitario es un *cuerpo* si todo elemento distinto de 0 tiene un inverso multiplicativo. De modo que el inverso multiplicativo de a es único y lo llamaremos a^{-1} . Es decir, si $a \neq 0$,

$$aa^{-1} = a^{-1}a = 1$$

Si la multiplicación es conmutativa, se dice que el cuerpo es *conmutativo* (Ayres, 2003); (De Nápoli, 2014). Ejemplos de cuerpos conmutativos son los anillos \mathbb{Q} , \mathbb{R} y \mathbb{C} .

2.5.2. *Polinomio*

La siguiente definición de polinomio se toma de Lentin & Rivaud (1971), quienes afirman que:

Un polinomio es una función de tipo determinado. El dominio de definición es un cuerpo conmutativo K , generalmente \mathbb{Q} o \mathbb{R} . Se define en primer lugar un monomio, expresión de la forma ax^n , es decir, en el lenguaje actual, la aplicación que a todo $x \in K$ hace corresponder ax^n con $a \in K$ y $n \in \mathbb{N}$. Un polinomio es la suma de cualquier número finito de monomios, y su valor para $x \in K$ puede escribirse:

$$P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \text{ con } (a_n \neq 0)$$

Los coeficientes de un polinomio pertenecen de ordinario a un cuerpo, a veces a un anillo A , que suponemos conmutativo (p. 221).

2.5.3. *Términos semejantes*

Para la presente definición se tiene en cuenta la citada en Ayres (2003), la cual indica:

En todo polinomio tal como el $\alpha(x)$, cada uno de los componentes $a_0x^0, a_1x^1, a_2x^2, \dots$ se dice un *término*; en cada término a_ix^i , a_i se llama coeficiente del término.

Se llaman términos semejantes a aquellos que sólo difieren de su coeficiente, por ejemplo: a_0x^n y a_2x^n , son términos semejantes (p. 125).

2.5.4. *Expresión algebraica*

Puede definirse como una forma simbólica que utiliza constantes, variables, operaciones y signos de agrupación. No es más que la representación de relaciones matemáticas de números, considerados de forma general (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000), ejemplo:

$$-3xz^2, \quad 8xy + 5y, \quad x^3 - 5x^2 - x + 1, \quad (x^2 + 3)(x - 12)$$

2.5.5. *Adición de polinomios*

La siguiente definición de acuerdo a Lentin & Rivaud (1971), afirma:

Se define sobre \mathcal{L} una adición. Por definición la adición de dos polinomios $P = [a_i]$ y $Q = [b_i]$, es el polinomio obtenido sumando los términos del mismo orden de P y Q :

$$P + Q = [a_i + b_i]$$

El número de términos no nulos de la sucesión así formada es ciertamente finito, y el resultado, un elemento de \mathcal{L} . De esta forma el conjunto adquiere estructura de grupo conmutativo:

Elemento neutro es el polinomio nulo $0 = [0]$.

El opuesto de P es $-P = [-a]$. La diferencia entre P y Q es

$$P - Q = P + (-Q)$$

Teorema: Todo polinomio es la suma de los monomios en los que se puede descomponer.

En virtud de la definición anterior,

$$P = (a_0, 0, 0, \dots) + (0, a_1, 0, \dots) + (0, 0, a_2, 0, \dots),$$

en la que ciertos monomios pueden reducirse a 0.

Teorema: El grado de la suma de dos polinomios, si existe, es inferior o igual al mayor de los grados de estos polinomios.

$$\text{gr}(P \pm Q) \leq \max(\text{gr}(P), \text{gr}(Q))$$

En efecto, si los polinomios son de grados distintos, el grado de la suma es igual al mayor de los grados, ya que entonces la adición no modifica el último término (al menos) del polinomio que tiene mayor grado.

Si los polinomios son del mismo grado n , la suma es, en general de grado n , salvo si $a_i + b_i = 0$; en este caso será, como máximo de grado $n - 1$ (p. 221).

Otra definición de adición de polinomios dada por Herstein (1980), es la siguiente:

Si $p(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_mx^m$ y $q(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_nx^n$ están ambos en $F[x]$ entonces $p(x) + q(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_ix^i$ donde para cada i , $c_i = a_i + b_i$

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de sus términos semejantes. Para sumar $1 + x$ y $3 - 2x + x^2$ consideramos $1 + x$ como $1 + x + 0x^2$ y sumamos luego de acuerdo con la fórmula dada para obtener como su suma $4 - x + x^2$ (p. 137).

2.5.6. *Métodos de adición de polinomios*

Para adicionar dos o más polinomios, se pueden utilizar dos métodos, que se han denominado método horizontal y método vertical, los cuales se describen a continuación:

Método horizontal: Al plantear la suma, se pasa a suprimir los paréntesis, teniendo en cuenta los signos de cada término. Luego se agrupan los términos que sean semejantes y se reducen operando los coeficientes, por ejemplo:

$$\text{Sumar } 3xy^3 - 4y^2 + y \text{ y } 2xy^3 + y^2 - y - 9$$

$$\text{Planteamiento } (3xy^3 - 4y^2 + y) + (2xy^3 + y^2 - y - 9)$$

$$\text{Supresión de paréntesis } 3xy^3 - 4y^2 + y + 2xy^3 + y^2 - y - 9$$

$$\text{Agrupación términos semejantes } (3xy^3 + 2xy^3) + (-4y^2 + y^2) + (y - y) - 9$$

$$\text{Reducción términos } 5xy^3 - 3y^2 - 9$$

Método vertical: Se realiza ordenando los polinomios de forma ascendente y luego ubicando los términos semejantes uno debajo del otro. Al final se realizan las sumas de los coeficientes de los términos semejantes (Ramírez et al., 2013), ejemplo:

$$\begin{array}{r} 3xy^3 - 4y^2 + y \\ + 2xy^3 + y^2 - y - 9 \\ \hline 5xy^3 - 3y^2 - 9 \end{array}$$

2.5.7 Sustracción

En Ayres (2003), se define la sustracción como una operación binaria, que no cumple con las propiedades ni conmutativa, ni asociativa y se expresa como:

$$a - b = a + (-b)$$

Por tanto, para restar dos expresiones algebraicas, se plantea la suma de la primera expresión (Minuendo) con el opuesto aditivo de la segunda (Sustraendo) y luego se reducen los términos, por cualquiera de los métodos sugeridos para la adición de expresiones algebraicas (Ramírez et al., 2013; Torres & Ramos, 2000).

2.6. LAS TIC Y LA EDUCACIÓN

A continuación se describen aspectos relevantes acerca de las Tecnologías de la Información y la comunicación y la educación.

2.6.1. *Educación*

Desde el punto de vista de John Dewey, filósofo, pedagogo y psicólogo estadounidense, la educación es «el medio a través del cual una sociedad se reproduce a sí misma. “Es el medio de la continuidad social”», (Citado por Feinberg & Torres, 2014, p. 34). De lo anterior, se puede inferir que un grupo o comunidad se conserva a través de las generaciones por medio del proceso educativo. En el pleno sentido de la palabra, la educación, es el escenario en el cual los jóvenes se incorporan al mundo de los adultos, es decir a sus intereses, información, propósitos, habilidades y prácticas. No obstante, a medida que la civilización avanza, la brecha entre los adultos y los jóvenes es mayor, y un acto natural como lo es la crianza de los niños, se ha transformado en una actividad especializada e institucionalizada; lo que conlleva a una creciente relevancia de las escuelas y la escolaridad (Feinberg & Torres, 2014).

Otro aspecto importante en la teoría de Dewey sobre la educación, es la experiencia, (Cadrecha, 1990), a partir de la cual aporta otra definición técnica al concepto de educación, y en sus palabras dice que la educación: «es aquella reconstrucción y reorganización de la experiencia que da sentido a la experiencia, y que aumenta la capacidad de dirigir el curso de la

experiencia subsiguiente» (p. 79). Dewey (citado por Cadrecha, 1990). Es decir, que la educación se representa en la idea de una reconstrucción continua de la experiencia y no sólo como un adiestramiento de las facultades internas que posee el ser humano al nacer, o la preparación para un futuro lejano. Por lo tanto, desde esta visión, la educación es una actividad constante, que se introduce en el propio acontecer cambiante de la misma vida, que destaca el valor de la experiencia individual y social como un proceso continuo y activo que a la vez procura un procedimiento constructivo que permita mejorar la situación presente (Cadrecha, 1990).

Teniendo en cuenta que la educación es un proceso continuo de evolución positiva a través del tiempo y conectada con toda la realidad en la que el ser humano se desarrolla como tal y que le permite desarrollarse en su dimensión humana; además de consistir en una reconstrucción permanente de la experiencia, a continuación se describe algunas cualidades o categorías de la educación, postuladas por John Dewey (Cadrecha, 1990), la educación como: función social y dirección.

2.6.1.1. La educación como función social

Un aspecto importante (Londoño, 2003), en esta característica, es volver el valor de la experiencia a la participación en los intereses y propósitos sociales por parte de los jóvenes; descubrir métodos por los cuales el joven asimila el conocimiento del adulto; cómo puede ser moldeado por su punto de vista. Es decir, que comunicar una experiencia requiere considerar puntos de vista. A lo anterior, se suma el papel que juega el medio ambiente, tanto natural como social. Toda actividad se encuentra en medio de un ambiente social, es decir, tal actividad está asociada con la de otros, pues como sugiere Dewey (1998): «Lo que hace y lo que puede hacer depende de las expectativas, exigencias y condenas de los demás» (p. 22).

Conforme se hace más compleja una sociedad, la formación educativa se hace más profunda, no obstante, resulta necesario brindar un ambiente social que favorezca el desarrollo de las capacidades de los individuos inmaduros. De aquí que tres de las funciones de este ambiente especial sean, según Dewey (1998):

simplificar y ordenar los factores de las disposiciones que se desea desarrollar; purificar e idealizar las costumbres sociales existentes; crear un ambiente más amplio y mejor equilibrado que aquél por el cual el joven sería probablemente influido si se le abandonara a sí mismo (p. 31).

2.6.1.2. La educación como dirección

La dirección sugiere el hecho de que las actividades para los que son dirigidos, se orienten según un plan continuo, en lugar de ser extendidas sin finalidad alguna. De igual manera, representa la función básica que tiende por un lado a convertirse en un apoyo guiador y por el otro, una regulación. «La dirección es a la vez, simultánea y sucesiva» Dewey (1998, p. 33), de modo que esto conlleva a dos aspectos importantes, el enfoque (espacial) y el orden (temporal); el primero permite conseguir las metas que se proponen y el segundo conserva el equilibrio que se necesita para la siguiente actividad. Los adultos, en el caso actual, los docentes, quienes están encargados de dirigir la acción de los jóvenes, están sujetos a olvidar la importancia del desarrollo posterior de aquellos (Dewey, 1998).

Una cuestión de la educación, es lograr el control interior a través de la identificación de los intereses y de la inteligencia; lo que se posibilita, dar más oportunidades a las actividades conjuntas en las que participen los jóvenes, de modo que puedan adquirir un sentido social de sus propias habilidades y de los recursos que pueden utilizar (Dewey, 1998), en palabras de Dewey (1998): «Al dirigir las actividades de la juventud, la sociedad determina su propio futuro determinando el de los jóvenes» (p. 46).

2.6.1.3. La educación como crecimiento

Un aspecto importante del crecimiento lo conforma la plasticidad, que consiste en la adaptabilidad que posee un individuo para el crecimiento, el cual se refiere a la flexibilidad que tienen algunas personas para adaptarse a la naturaleza de lo que les rodea conservando aún la propia. Se puede decir, que es en esencia la habilidad para aprender de la experiencia, cosas eficaces para afrontar las dificultades de situaciones posteriores. A su vez, la plasticidad denota la formación de hábitos, los cuales, desde el punto de vista que se habla, significan el control sobre el entorno, el poder de utilizarlos para alcanzar los propósitos propuestos (Dewey, 1998).

2.6.2. *Fines de la educación*

El fin de la educación, según Dewey (citado por Feinberg & Torres, 2014), en relación con cualquier grupo social, era el de formar un individuo que compartiera las actividades de ese grupo, de modo que sintiera el éxito y su fracaso. Así, mediante este desarrollo, el niño tomaría una actitud emocional dentro del grupo y más adelante lo relacionaría con sus intereses particulares. La escuela en una sociedad democrática, sirve para incorporar al niño a la complejidad de la modernidad, transformando el entorno de modo que pueda ser comprendido por aquel. Por otro lado, también la escuela permite “equilibrar” los componentes del entorno social, en busca de que cada individuo encuentre una oportunidad para rehuir a las limitaciones del grupo social en que haya nacido y desenvolverse en cualquier otro ambiente (Feinberg & Torres, 2014). En palabras de Dewey, (1998):

Un fin implica una actividad ordenada, en la cual el orden consiste en la progresiva terminación de un proceso. Dada una actividad que tiene un espacio de tiempo y un desarrollo acumulativo, dentro de la sucesión temporal, el fin significa previsión anticipada de la terminación posible (p. 93).

Para la previsión de los resultados de una actividad, se necesita hacer un estudio cauteloso e inteligente de las condiciones que están presentes en esta, y a la vez la importancia del resultado motiva a la observación. Cuanto más numerosas sean las posibilidades o alternativas de los resultados de una situación, mayor sentido tomará la actividad escogida y más flexibilidad tendrá para su control. No obstante lo anterior, Dewey formula algunas características que están presentes en todo buen fin educativo:

- a) Debe fundarse en las actividades y necesidades innatas del individuo que ha de educarse.
- b) Debe sugerir el tipo de ambiente que necesita quien es instruido, para liberar y ordenar sus capacidades.
- c) Los educadores deben tener cuidado con los fines que se dictan como generales y últimos. Tener en cuenta que un fin verdaderamente general, debe ampliar el horizonte y estimular a tener en cuenta más consecuencias. Entre más fines generales se tengan, mejor (Dewey, 1998).

2.6.3. *Tecnologías de la información y la comunicación (TIC)*

La tecnología educativa, es un campo de conocimiento que tiene inicios en la década de 1950, con el fin de dar una solución a la incorporación de medios y materiales para la enseñanza. En 1990, se dieron a conocer diversos trabajos con nuevas tecnologías, encuadrados en propuestas que las admitían desde el punto de vista de la información y de la comunicación, dando construcción a un nuevo concepto de la tecnología educativa (Litwin, 2005). Según Litwin (1994):

Las buenas propuestas de enseñanza implican tratamientos metodológicos que superen en el marco de cada disciplina los patrones del mal entendimiento; esto significa malas comprensiones en el marco particular de cada campo disciplinario. No se trata de métodos ajenos a los tratamientos de cada contenido, sino de reencontrar para cada contenido la mejor manera de enseñanza (p. 144).

De la anterior cita, surge la posible cuestión de cuál es el papel que los docentes asignan a la tecnología en la escuela, en sus clases. Algunos docentes, frente a las dificultades de enseñanza y comprensión de sus estudiantes, encontraron en el desarrollo de la televisión educativa, los videos, la radio, las láminas, los materiales impresos diseñados para la enseñanza sistemática, tecnologías eficaces que pueden darle apoyo a su quehacer; actualmente las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), dada su capacidad para llevar el mundo a las aulas, crear puentes entre la elevada comprensión de expertos y la comprensión en desarrollo de los estudiantes, y dar paso a la posibilidad de que los estudiantes puedan conectarse con ejemplos, demostraciones, simulaciones, debates, etc., han generado reflexión sobre su expansión y utilización en favor de una comprensión positiva, y el ánimo de construir proyectos educativos pertinentes, que atiendan a las características de cada cultura, al estilo de enseñanza de docentes reales y no ideales y a las necesidades de cada área del conocimiento (Litwin, 1994).

Desde sus orígenes, a los ordenadores se les han asignado diferentes usos en contextos de enseñanza y aprendizaje, se resaltan tres posibilidades de esta utilización, por una parte el ordenador como un fin, es decir, para aprender sobre ordenadores; por otra el ordenador como un medio, o sea, para aprender de él y con él; y por último el ordenador como una herramienta tanto para el docente como para el estudiante. En la siguiente tabla se muestra un resumen realizado por Quintana (citado por Capllonch, 2005), obtenido de diferentes puntos de vista del uso de los ordenadores en educación.

Autor/a	El ordenador		
	Como profesor/a (Tutora)	Como alumno/a (Tutee)	Como instrumento (Tool)
R. Taylor (1980)	Elemento del Paradigma Instructivo	Elemento del Paradigma Conjetural	Elemento de los Paradigmas Emancipatorio y Revelatorio
B. McDonald (García Ramos y Ruiz, 1985)	Como máquina de enseñar	Para aprender a programar	Como instrumento de trabajo
J. Delval (1986)	Como medio	Como fin	Como herramienta
Gros (1987)	Para el aprendizaje, la simulación y el juego	Para la programación	Como herramienta utilitaria
E. Martí (1992)	Como recurso informático diseñado para la enseñanza	Para aprender informática y a programar	Aplicaciones informáticas de base para el tratamiento de la información
C. Alonso (1994)	Para la enseñanza, el aprendizaje guiado y el autoaprendizaje	Para la creación y la expresión	Para el aprendizaje, la creación y la expresión
J. Quintana (2002)	Aprender de	Aprender con	Aprender con

Figura 2. Usos del ordenador en contextos de enseñanza y aprendizaje.

Fuente: Quintana (2002) citado en (Capllonch, 2005, p. 49).

Según Coll & Monereo (2008), las TIC son: «En sus diferentes estados de desarrollo, instrumentos para pensar, aprender, conocer, representar y transmitir a otras personas y otras generaciones, los conocimientos adquiridos» (p. 22). Pese a que los recursos semióticos que se encuentran en la pantalla de un ordenador, son básicamente las que se pueden hallar en un aula convencional, es decir, letras, textos escritos, imágenes fijas, lenguaje oral, gráficos, etc. No obstante, lo que diferencia la inclusión de las TIC a la educación, Según Coll & Monereo (2008), las TIC:

Permiten crear entornos que integran los sistemas semióticos conocidos y amplían hasta límites insospechados la capacidad humana para (re)presentar, procesar, transmitir y compartir grandes cantidades de información con cada vez menos limitaciones de espacio y de tiempo, de forma casi instantánea y con un coste económico cada vez menor. (p. 85)

Por último, el desarrollo de la tecnología impacta la vida de la sociedad, de tal manera que la escuela no puede quedarse al margen de esta. Y no es que simplemente se cree tecnología para la educación, y se incorpore para la información de los medios en la escuela; sino que debe entender que se han generado nuevas maneras de acceder y originar conocimiento, nuevas formas de trabajar, de comunicarse. El comprender todo el alcance de las nuevas tecnologías, permitirá desarrollar mejores prácticas de la enseñanza para la escuela de hoy (Litwin, 1994).

2.6.3.1. Características de las TIC

En Coll & Monereo (2008), se describen cinco categorías de los usos de las TIC, que se resumen en tres, desde una visión socio-constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, utilizadas para identificar las principales dimensiones de las prácticas educativas. Estas no excluyen a priori ninguno de los usos educativos que pueden hacer los profesores y los estudiantes de las TIC, ni prejuzgan la aplicación educativa de estos usos, pero sí proporcionan herramientas para valorar su impacto sobre la enseñanza y el aprendizaje. Estas categorías se sustentan sobre dos bases: la primera, dadas sus características intrínsecas, las TIC pueden funcionar como instrumento psicológico, para medir los procesos inter e intrapsicológicos, que están implicados en la enseñanza y el aprendizaje. La segunda, las TIC pueden cumplir la función de mediadoras entre los tres elementos del triángulo interactivo (alumno, profesor, contenidos) y ayudar a construir el contexto en el que tienen lugar estas relaciones.

2.6.3.1.1. Las TIC como instrumentos mediadores de las relaciones entre los alumnos, profesores y los contenidos de enseñanza y aprendizaje

En esta categoría, los estudiantes habitualmente utilizan las TIC para acceder a los contenidos que les son enseñados. Pueden usar las TIC en actividades como: acceder a repositorios de contenidos que utilizan diferentes sistemas de representación, tales como materiales multimedia e hipermedia, simulaciones, etc., lo cual favorece la autonomía y el protagonismo del estudiante; explorar, profundizar, analizar y valorar contenidos de aprendizaje, haciendo uso de bases de datos, modelos dinámicos, simulaciones, etc., dando paso a la exploración y la experimentación; acceder a repositorios de tareas y actividades con diferentes grados de interactividad, para permitir una relación más activa con la información y facilitar la adaptación a diferentes ritmos de aprendizaje; realizar tareas y actividades de aprendizaje, preparando presentaciones, redactando informes, organizando datos, etc., lo que ayuda a la toma de conciencia y autorregulación (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008).

El uso relativamente habitual de las TIC por parte de los profesores, se da como apoyo de acceso a los contenidos que se van a enseñar, algunos ejemplos de este uso son: buscar, seleccionar y organizar la información relacionada con los contenidos a enseñar; elaborar y mantener registros de las actividades de enseñanza y aprendizaje realizada, de su desarrollo y de la participación que en ellas tienen los estudiantes, así como los resultados obtenidos; planificar y preparar actividades de enseñanza y aprendizaje para su desarrollo posterior en las aulas, tales como

calendarios, programar agenda, preparar clases, presentaciones, hacer programaciones, etc. (Coll y Monereo, 2008).

2.6.3.1.2. Las TIC como instrumentos mediadores de las relaciones entre los profesores y alumnos o entre los alumnos y la actividad conjunta desplegada entre ellos

En esta categoría la utilización relativamente habitual de las TIC, se da como apoyo en la comunicación de determinados aspectos y contenidos que les concierne, ya sea de profesor a alumno, alumno a profesor o entre los mismos alumnos. Algunos ejemplos que suelen darse son: favorecer intercambios comunicativos entre profesores y estudiantes que no están directamente relacionados con las tareas o contenidos de aprendizaje, sino aspectos como, presentación personal, solicitud de información personal, saludos, emociones, etc.; realizar intercambios comunicativos entre los estudiantes, no directamente relacionados con las tareas o contenidos de enseñanza aprendizaje, sino aspectos como, presentación personal, solicitud de información personal, saludos, emociones, informaciones o valoraciones sobre temas extraescolares etc. (Coll y Monereo, 2008).

Durante el desarrollo de tareas de enseñanza y aprendizaje, se dan utilizaciones de las TIC relativamente habituales, como auxiliares o amplificadores de determinadas actuaciones del profesor, tales como: explicar, ilustrar, relacionar, sintetizar, proporcionar retroalimentación, etc., mediante el uso de presentaciones, simulaciones, visualizaciones y modelizaciones, etc.; Como auxiliares o amplificadores de determinadas actuaciones de los alumnos, tales como hacer aportes, intercambiar información y propuestas, mostrar avances y resultados de actividades de aprendizaje; para hacer seguimiento de las dificultades de aprendizaje por parte del profesor; realizar un seguimiento de las propias dificultades en el aprendizaje por parte de los estudiantes; solicitar u ofrecer apoyo, retroalimentación y orientación en el desarrollo de las actividades y sus resultados (Coll y Monereo, 2008).

2.6.3.1.3. Las TIC como instrumentos configuradores de entornos o espacios de trabajo y de aprendizaje

En este aspecto las TIC, se usan para recrear espacios de trabajo específicos, que sin ellas serían difíciles de lograr. Algunos ejemplos de la utilización relativamente habitual de las TIC en esta categoría son: Configurar entornos de aprendizaje individual en línea, como lo son los

materiales autosuficientes que permitan el aprendizaje autónomo; Configurar entornos de trabajo colaborativo para un pequeño grupo o un grupo – clase completa, los cuales pueden llevarse a cabo a través de entornos virtuales (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008).

2.6.3.2. Aportes de las TIC a la educación

Las tecnologías clásicas y nuevas utilizadas en la educación pueden posibilitar un tratamiento atractivo de los contenidos educativos, no obstante, estos deben también ser desafiantes y contextualizados a la vida e intereses de los jóvenes; una vez que, si bien las tecnologías pueden potenciar, no eliminan las dificultades de aprender. La potencia de la tecnología se encuentra cuando esta posibilita el desarrollo de la mente, permite que el estudiante encuentre interrogantes más sutiles que conlleven al docente a detenerse, consultar y analizar su posible respuesta (Litwin, 2008).

Las nuevas tecnologías, desde el aspecto de la comunicación, favorecen el trabajo en equipo, el apoyo común, además promueven el reconocimiento de los puntos de vista diferentes, a las soluciones o dificultades a que otros llegan. El compartir proyectos así nos encontremos en zonas diferentes, permite construir mejores soluciones a situaciones, a partir no sólo del apoyo y la colaboración, sino de reconocer el valor moral del encuentro con el otro, lo cual puede ayudar a responder la pregunta de si la educación construye humanidad y si puede contribuir a una sociedad mejor que expanda la educación “sin circuitos diferenciados” (Litwin, 2008).

2.7. AMBIENTES DE APRENDIZAJE

Para definir qué es un ambiente de aprendizaje, es necesario tener en cuenta las nociones de: entorno, ambiente y clima de aprendizaje, que a continuación brevemente se describen (Vité, 2012).

El *entorno*: Comprende todo lo que abarca el proceso educativo de enseñanza y aprendizaje; el espacio que rodea al estudiante que participa del proceso, conformado tanto por elementos materiales, infraestructura e instalaciones de la institución, como por aspectos que afectan directamente al estudiante, tales como factores físicos (sentirse cómodo en la planta física), afectivos (ser aceptado por sus compañeros), culturales, económicos, familiares, sociales,

ambientales, etc. Los elementos mencionados se combinan y producen efectos tanto favorables como desfavorables en el aprendizaje de los alumnos (Vité, 2012).

El *ambiente*: refiere a los espacios en los cuales se llevan a cabo las actividades educativas, los cuales pueden comprender tres tipos: El *aúlco*, actividades de enseñanza y aprendizaje que se genera en el aula de clase; *real*, se da el proceso en escenarios que son reales donde se puede verificar la aplicación de conocimientos y competencias adquiridas, incluidas las actitudes y valores (estos escenarios pueden ser un laboratorio, biblioteca, áreas verdes, etc.); y *virtual*, aquellos que se diseñan a través del uso de las TIC, puede citarse la computadora, un aula virtual, el uso de internet, acceso a blogs, actividades divertidas como: rompecabezas, crucigramas. (Vité, 2012).

El *clima de aprendizaje*: consiste en la interacción, comunicación que se da en el proceso de enseñanza y aprendizaje entre los sujetos que participan en él (docente y estudiantes, viceversa y estudiantes con estudiantes). En éste debe preponderar la armonía, confianza, respeto, seguridad, para que los aprendices, puedan comunicar sus ideas e inquietudes con libertad; en este espacio también se incorporan las reglas que permitan un buen desarrollo del proceso educativo. En estas últimas juega un papel importante que el docente sea un modelo de conducta, la cual debe ser consecuente con las expectativas de los estudiantes. Por ejemplo si se establecen reglas que prohíben el abuso verbal o físico, ruidos que interrumpen el trabajo de los demás, entre otras, el docente debe también seguirlas (Vité, 2012). Seguido de las consideraciones anteriores, se propone como definición de ambiente de aprendizaje, la siguiente según López (2015):

Hablar de ambiente de aprendizaje, nos remite al escenario donde existen y se desarrollan condiciones favorables de aprendizaje. Un espacio y un tiempo en movimiento, donde los participantes desarrollan capacidades, competencias, habilidades y valores. Donde además, son tenidas en cuenta, la organización y disposición espacial, las relaciones establecidas entre los elementos de su estructura, pero también, las pautas de comportamiento que en él se desarrollan, el tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos, las interacciones que se producen entre las personas, los roles que se establecen, los criterios que prevalecen y las actividades que se realizan; esto es, el aula (p. 16).

La clase está constituida dentro de unas coordenadas espacio – temporales del curso académico (López, 2015), por un grupo de personas (estudiantes y docente), entre los cuales se generan diferentes clases de relación, mediante vínculos de autoridad, confianza, afecto, cooperación, sumisión, rechazo, imposición, entre otras; transformándose en una relación

recíproca y multidimensional que modifica el ambiente que se desarrolla diariamente. En tal sentido, se puede decir que el clima o convivencia que se establece en el aula, inciden en algún grado en el logro de los aprendizajes. López (2015) afirma que: «La variable que tiene mayor efecto positivo en el aprendizaje de los alumnos es el clima de aula» (p. 17).

Según Fernández (citado por López, 2015), la relación entre profesores y alumnos y el clima que se da dentro del aula, no sólo intervienen en el rendimiento académico de los estudiantes, sino que además facilitan o dificultan el bienestar y desarrollo personal de todos los integrantes dentro de la clase; es decir, que existe una relación directa y positiva entre la eficacia de la enseñanza y un clima apto dentro del aula.

En el ambiente de aprendizaje o clima de aula descrito hasta el momento, se destaca el papel que tiene el docente y su responsabilidad de crear un clima de aula positivo que favorezca la organización, el control, la motivación y el aprendizaje de los estudiantes. Es su deber conocer las competencias emocionales y el impacto en los estudiantes de su práctica educativa (interacción con los estudiantes, organización del espacio de la clase, su metodología, el uso de materiales, su forma de comunicarse con ellos, entre otras). Algunas características definidas por Castellà, Comelles, Cros y Vilà (citados por López, 2015) son: «ser un buen comunicador y tener capacidad organizativa; ser exigente en el cumplimiento del deber y ser portador de principios básicos» (p. 29). De manera que el docente debe interesarse en crear ambientes de aprendizaje que permitan interacciones positivas con los estudiantes. En tal sentido, Sanz (citado por López, 2015), indica dos clases de comunicación en las aulas: una comunicación funcional (transmisión de conocimientos y contenidos) y otra comunicación relacional (intercambios comunicativos que regulan la relación entre docente – alumno y alumno - alumno).

2.7.1. *Principios básicos para diseñar ambientes de aprendizaje*

Los principios que se indican a continuación, surgen de investigaciones que integran principios de la pedagogía y el diseño instruccional, que pueden servir de guía en el diseño de experiencias de aprendizaje, ya sea en aulas tradicionales o entornos virtuales² (Boettcher, 2007):

² Traducción del artículo: “Ten Core Principles for Designing Effective Learning Environments: Insights from Brain Research and Pedagogical Theory”, por la investigadora.

1. Toda experiencia de aprendizaje estructurada tiene cuatro elementos

Los elementos a los que hace referencia este principio son: el primer elemento, el alumno, puede referirse a un estudiante en particular o a un grupo de estudiantes, los cuales aunque pueden estar en el ambiente de aprendizaje al mismo tiempo, cada uno aprende algo diferente; el segundo elemento, el docente o mentor, es quien facilita la instrucción y brinda apoyo al alumno, puede estar presente en el ambiente diseñado o estar implícitamente presente en virtud del diseño de la instrucción. En este elemento puede suceder que quien haga las veces de mentor sea un libro de texto o un video que proporcione las instrucciones y orientación del docente, El tercer elemento, el conocimiento, que corresponde al contenido o problema central de la experiencia, en este elemento, se da respuesta a la pregunta ¿Cuál es la habilidad o conocimiento que se pretende desarrollar en el estudiante?; el cuarto elemento, el medio ambiente, es determinado por la cuestión ¿Cuándo tendrá lugar la experiencia, con quién, dónde y con qué recursos? (Boettcher, 2007).

Sin importar cuál sea el contexto, el estudiante es quien se encuentra en el centro de la experiencia de aprendizaje, guiado por el diseño de las tareas creadas por el docente o mentor y el acceso a los recursos que puedan ser necesarios (Boettcher, 2007).

2. Toda experiencia de aprendizaje incluye el entorno en el que el aprendiz Interactúa

En cada experiencia de aprendizaje, existe un ambiente en el cual el alumno interactúa con el contenido y el maestro. El profesorado se enfrenta a una gama de opciones al diseñar un ambiente de aprendizaje efectivo, desde crear ambientes simples, a otros más complejos e incluso virtuales, a medida que descubre la mejor combinación de experiencias de aprendizaje que tiene a disposición para sus alumnos (Boettcher, 2007).

Una experiencia bien planificada, debe ofrecer y equilibrar diferentes opciones de interacción para los estudiantes, específicamente en tres niveles: de habilidad a estudiante, de estudiante a estudiante y de estudiante a recursos. Así como actividades individuales y grupales, favoreciendo diversos canales de comunicación, compromiso y colaboración, que proporcionen un entorno enriquecido que se adapte a necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes (Boettcher, 2007).

3. Los profesores son los directores de la experiencia de aprendizaje

Si bien las actuales tendencias académicas, sitúan al estudiante en el centro del contexto, el docente adquiere un papel crítico, una vez que es quien diseña y estructura las experiencias del

curso, apoya y dirige a los estudiantes mediante eventos de instrucción y evalúa sus resultados. Uno de los objetivos del diseño de ambientes de aprendizaje efectivos, es lograr que los estudiantes ejerciten intensamente con el contenido (Boettcher, 2007). Por otra parte, el uso de la tecnología para favorecer el aprendizaje entre iguales faculta a los estudiantes a emplear de mejor forma la orientación y retroalimentación del profesorado. Así mismo, el incorporar un equipo de instrucción, permite al docente tener más tiempo para orientar los procesos de los estudiantes y dedicarse a la formación del pensamiento en lugar de gastarlo en cuestiones administrativas y técnicas (Boettcher, 2007).

4. Los estudiantes aportan sus propios conocimientos, habilidades y actitudes a la experiencia de aprendizaje

Este principio se centra en el estudiante como individuo. Cuando se ha dado un proceso favorable de enseñanza, los estudiantes logran integrar los nuevos conceptos básicos adquiridos a sus estructuras únicas de conocimiento, ampliando su conocimiento útil. En cada estudiante, su cerebro es tan único, como sus huellas dactilares o su ADN, y con el tiempo sus conocimientos fundamentales se vuelven más individualizados. Lo anterior, es deseable, pues el fin de la educación es desarrollar cerebros ricamente diferenciados, creativos y con experiencias compartidas (Boettcher, 2007).

El proceso de diseño de ambientes de aprendizaje, requiere conocer con anticipación la estructura de conocimiento que tienen los estudiantes al comenzar un curso. Lo anterior, pues un principio educativo relacionado, sugiere a los docentes, construir sobre lo que los estudiantes ya conocen, algunas investigaciones (Demasio, citado por Boettcher, 2007), confirman el impacto de sus conocimientos previos en el nuevo conocimiento. Según Boettcher (2007), se aplica el principio: «Cuánto más sabes, más puedes saber» (p. 4).

Una forma de aprovechar las capacidades o conocimientos existentes en los estudiantes, conocer su experiencia de aprendizaje, es preguntarles acerca de lo que ya saben o creen saber. En las aulas tradicionales, los docentes, pueden solicitar información al comienzo de curso (a través de discusiones de clase o de manera escrita) para conocer las metas académicas y antecedentes educativos de los estudiantes y así poder diseñar experiencias de aprendizaje más adecuadas para favorecer el desarrollo de ese conocimiento a lo largo del tiempo.

5. Cada estudiante tiene una zona de desarrollo próximo (ZDP) que define el espacio en que el alumno está listo para desarrollar conocimiento útil

La ZDP ya fue definida en un capítulo anterior del presente trabajo, aquí se dirá, que esta define el espacio que un estudiante tiene para desarrollar un conocimiento útil. Cuando un estudiante manifiesta estar totalmente perdido frente a un tema, es probable que esté expresando la sensación de estar fuera de su zona. El estudiante se estanca y se desengancha, lo que posiblemente significa que ha perdido la relación de una idea con otra. Si esto sucede en una situación de grupo, la cultura de la clase debe apoyar al estudiante, haciéndole preguntas para que puedan quedar vinculados de nuevo. En caso contrario, es probable que se pierda el tiempo y el alumno o alumna cada vez se desprenda más, por lo que el docente debe hacerse preguntas como: ¿Qué elementos apoyan el nivel de comodidad del estudiante para hacer preguntas? ¿Cómo el profesorado mantiene el sentido preciso de la ZDP de un estudiante a lo largo de un curso? Las preguntas, comentarios, participación y resultados de los estudiantes, determinan con mayor precisión el estado de desarrollo de los conceptos en ellos (Boettcher, 2007).

6. No todos los alumnos necesitan aprender todo el contenido del curso. Todos los alumnos necesitan aprender los conceptos básicos.

Este principio se centra en uno de los cuatro elementos ya comentados, el contenido, que es el foco de las experiencias de aprendizaje. Todo el contenido no es igual, sólo una parte de este en cualquier curso es conceptualmente básico, el resto del contenido surge mediante dominios cada vez más individualizados de aplicación, práctica y adquisición de habilidades por parte de los estudiantes. A medida que los estudiantes desarrollan experiencia en cada nivel del contenido del curso, personalizan su aprendizaje de acuerdo con sus propias necesidades y prioridades (Boettcher, 2007).

Si se alientan, los estudiantes naturalmente se acercarán a los materiales y experiencias que coincidan con sus zonas de desarrollo proximal personal. Lo que significa que un curso debe proporcionar acceso a una amplia base de datos de contenido y experiencias. Es preciso, exhortar a los estudiantes a desarrollar conciencia de cómo aprender y qué estrategias y materiales funcionan para ellos. El docente puede lograr este objetivo, diseñando tareas que requieran discusión y diálogo sobre cómo y por qué los estudiantes llegan a conocer lo que saben. (Boettcher, 2007).

2.7.2. *Perspectivas sobre ambientes de aprendizaje*

Según Talbet & McLaughlin (citados por Bransford, Brown & Cocking, 2007), «hoy día, los estudiantes necesitan entender el estado actual de su conocimiento y construir en él, mejorarlo y tomar decisiones de cara a la incertidumbre» (p. 10). Así mismo la sociedad espera que los graduados de los sistemas escolares contribuyan a la sociedad, a lo largo de su vida, con las cualidades desarrolladas para identificar y resolver problemas. Para lograr una visión de lo anterior, se precisa repensar en lo que se enseña, cómo se enseña y cómo se evalúa lo que aprenden los estudiantes (Bransford et al., 2007).

Bransford et al. (2007), desarrollan cuatro perspectivas sobre ambientes de aprendizaje, que complementan los principios tenidos en cuenta anteriormente, y aunque se describan individualmente, deben ser conceptualizadas como un sistema interconectado de componentes que se apoyan mutuamente.

2.7.2.1. *Ambientes centrados en quien aprende*

Esta perspectiva hace referencia a ambientes que prestan mayor atención a los conocimientos, habilidades, actitudes y creencias que traen los alumnos a la escuela. En Bell et al. (citados por Bransford et al., 2007), se habla de un término “enseñanza diagnóstica”, la cual tiene como propósito evidenciar lo que piensan los estudiantes en relación a problemas inmediatos que enfrente y así crear situaciones de aprendizaje que les permitan reajustar sus ideas. En esta enseñanza diagnóstica, la información que servirá de diagnóstico se obtiene a través de la observación, preguntas y conversaciones, y de los resultados que se obtienen de la actividad del estudiante (Bransford et al., 2007).

Los docentes centrados en el que aprende, respetan la manera de hablar de sus estudiantes, pues esto proporciona una base para su aprendizaje futuro. No obstante, los discursos cotidianos y científicos necesitan ser coordinados para que los estudiantes puedan alcanzar una comprensión científica; además, están pendientes que sus alumnos construyan sus propios significados, creencias, conocimientos y prácticas culturales, a partir de lo que traen al aula. El docente asume que los conocimientos previos de los estudiantes, pueden servir como inicio para construir puentes del nuevo conocimiento (Bransford et al., 2007).

2.7.2.2. Ambientes centrados en el conocimiento

La capacidad para pensar y resolver problemas, necesita de conocimientos bien organizados que sostengan la planeación y pensamiento estratégico. Estos ambientes, proporcionan guías para alcanzar estas metas y los estándares en áreas como matemáticas, permiten establecer el conocimiento y las competencias que deben adquirir los alumnos (Bransford et al., 2007).

El concepto de una formalización progresiva, que comience con ideas informales que los estudiantes llevan a la escuela y gradualmente los lleve a observar cómo éstas pueden ser reformadas y formalizadas, constituye un método para el desarrollo del currículo que propenda por un aprendizaje con comprensión y construcción de sentido. Un ejemplo de lo anterior, por decir en álgebra, puede comenzarse por pedir a los estudiantes que usen sus propias palabras, dibujos o diagramas para describir ciertas situaciones matemáticas y con esto organizar su propio conocimiento y explicar sus estrategias. Más adelante, aprenderán a usar notaciones algebraicas convencionales, para escribir, tanto expresiones como ecuaciones, manipular anotaciones algebraicas, resolver y graficar ecuaciones. Frente a este ejemplo, una buena cantidad de investigaciones, revela el enriquecimiento potencial que hace en los estudiantes el acceder a edades tempranas a ideas conceptuales importantes (Bransford et al., 2007).

Una opción para mejorar el proceso, consiste en exponer a los estudiantes los aspectos más importantes de una materia, a medida que naturalmente llegan a situaciones problematizadas. Se pueden estructurar actividades de forma que los estudiantes sean capaces de explorar, explicar, extender y evaluar por sí mismos su proceso. Algunas situaciones problematizadas que pueden usarse para involucrar a los estudiantes, son tales como: razones históricas del desarrollo del concepto, relación de este con otros, usos en la vida cotidiana (Bransford et al., 2007).

Finalmente, un reto para el diseño de este tipo de ambientes, es encontrar el balance adecuado entre actividades diseñadas para la favorecer la comprensión y las que permiten la automatización de habilidades necesarias para funcionar efectivamente (Bransford et al., 2007).

2.7.2.3. Ambientes centrados en la evaluación

Los ambientes de aprendizajes diseñados eficientemente, además de estar centrados en quien aprende y en el conocimiento deben centrarse en la evaluación, cuyos principios básicos son los de ofrecer oportunidad de retroalimentar y revisar que lo evaluado sea acorde con los objetivos de aprendizaje (Bransford et al., 2007).

Se distinguen esencialmente dos tipos de evaluación: una es la evaluación formativa, empleada como fuente de retroalimentación para mejorar la enseñanza y el aprendizaje, algunos ejemplos de esta evaluación son los comentarios por los docentes sobre el avance de trabajos, escritos, presentaciones, entre otros. El segundo tipo de evaluación es la aditiva, que se utiliza para medir lo que los alumnos han aprendido de las actividades de aprendizaje, algunos ejemplos de su aplicación son los exámenes al final de una unidad de estudio o las pruebas nacionales. No obstante, es importante que los maestros ayuden a sus estudiantes a generar la capacidad de autoevaluarse y de evaluar el trabajo de sus compañeros, de modo que entre todos puedan ayudar a aprender de una manera más eficiente (Bransford et al., 2007).

3. CAPÍTULO 3:

MARCO METODOLÓGICO

*Si cada generación tuviera que descubrir, comenzando en cero,
todos los conocimientos que le son útiles, nunca llegaría
a ser más que un pequeño grupo de simios lampiños*
Juan Fernando Brendfeldt

La metodología usada en el presente estudio es de tipo cualitativa, por lo que ésta presenta un enfoque que permite extractar los significados de los datos, indagar acerca de la realidad subjetiva, además de ahondar en las ideas, descubrir una riqueza interpretativa y contextualizar los sucesos (Hernández et al. 2006).

De esta manera se recolectaron datos usando los instrumentos para dicho propósito, a los que se les aplicó de manera exhaustiva el método descrito.

3.1. ENFOQUE Y TIPO DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación se encuentra enmarcada en un enfoque cualitativo, que se considera idóneo, pues se pretende evaluar el desarrollo natural de los sucesos observados en las sesiones de clase, sin manipulación ni estimulación con respecto a la realidad, como lo indica Corbetta (citado por Hernández, Fernández & Baptista, 2016); además, teniendo en cuenta que se busca fundamentarlo en una perspectiva interpretativa centrada en la comprensión del significado de las acciones del estudiante, buscando interpretar lo que va captando activamente y su punto de vista (Hernández, et al., 2006).

Según Bartolomé (citado por Bisquerra, 2009), la investigación cualitativa presenta dos orientaciones: «la orientada a la comprensión del contexto de estudio y la orientada a la transformación social y emancipación de las personas (cambio)» (p. 281). En la presente investigación se analiza el primer aspecto, orientado a la comprensión, la cual, según el mismo autor, tiene como propósito, «describir e interpretar la realidad educativa desde dentro» (p. 281), y a su vez se infiere que el individuo es productor de conocimiento, el cual tiene lugar a partir de lo que subjetivamente experimenta.

Desde el enfoque cualitativo, se pretende analizar y comparar en la medida de lo posible, la comprensión obtenida por los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Liceo de Occidente y sus puntos de vista sobre los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, mediante dos entornos de aprendizaje, uno colaborativo (AC) y otro basado en problemas (ABP), ambos mediados por el ordenador con un enfoque socioconstructivista. Lo anterior, con apoyo de un método descriptivo, por considerarse pertinente de acuerdo a las características de la investigación, pues según Hernández & otros (2006):

Con frecuencia, la meta del investigador consiste en describir fenómenos, situaciones, contextos y eventos; esto es, detallar cómo son y se manifiestan. Los estudios descriptivos, buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis (Danhke, 1989). Es decir miden, evalúan o recolectan datos sobre diversos conceptos (variables), aspectos, dimensiones o componentes del fenómeno a investigar. En un estudio descriptivo se selecciona una serie de cuestiones y se mide o recolecta información sobre cada una de ellas, para así (valga la redundancia) describir lo que se investiga (p. 102).

3.2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

Teniendo descrito ya el enfoque y tipo de investigación sobre los cuales se apoya el presente estudio, ahora en este apartado, se describen los aspectos que se tienen en cuenta para desarrollarlo, y así conocer el carácter de su estructura.

3.2.1. *Población y muestra*

La población corresponde a estudiantes de la Institución Educativa Liceo de Occidente ubicada en el municipio de La Celia, en el departamento de Risaralda, que por ser la única institución educativa en el pueblo, acoge casi el total de niños y jóvenes habitantes en él. Pese a que el enfoque de la institución es académico, los estudiantes se ven influidos por su contexto, el cual es principalmente cafetero y platanero, respecto a su actividad económica y dinámica que media la vida social; su población se encuentra estratificada en los estratos del 1 al 4 y las zonas veredales.

La muestra para esta investigación está conformada por 52 estudiantes de grados octavos de la Institución Educativa Liceo Occidente, los cuales presentan las siguientes características:

- a. El grado 801 cuenta con 28 estudiantes, con edades entre los 12 y 16 años.
- b. El grado 802 cuenta con 24 estudiantes de edades entre los 13 y 18 años.

Los estudiantes y sus padres dan consentimiento por escrito para participar en el proyecto, y los estudiantes asisten al 100% de las sesiones, el pretest y posttest, y al desarrollo de las secuencias didácticas.

3.2.2. *Descripción de los ambientes de aprendizaje*

En el inicio de este trabajo, se establece que está enmarcado en dos ambientes de aprendizaje, uno colaborativo (AC) y el otro basado en problemas (ABP), ambos desde un enfoque constructivista, a continuación se hace una descripción de cómo son desarrolladas las unidades didácticas en cada uno de ellos.

3.2.2.1. *Ambientes de AC y ABP*

Las características y componentes de los ambientes AC y ABP, según el marco teórico del presente trabajo, son tenidas en cuenta para realizar y desarrollar las unidades didácticas en cada ambiente de aprendizaje descrito así:

En el grupo 802 de la Institución Educativa Liceo de Occidente, se aplica la unidad didáctica del ambiente de aprendizaje colaborativo, donde se conforman ocho grupos de tres estudiantes

cada uno, que desarrollan las actividades propuestas en las dos sesiones para el aprendizaje de forma colaborativa de la adición y sustracción de expresiones algebraicas.

En el grupo 801 de la misma institución educativa, se aplica la unidad didáctica del ambiente de aprendizaje basado en problemas, donde se conforman diez grupos de tres estudiantes cada uno, al inicio, pero por el retiro de dos estudiantes del colegio en mitad de la investigación, terminan ocho grupos de tres estudiantes y dos grupos de dos estudiantes, quienes desarrollan las actividades propuestas en las dos sesiones para el aprendizaje a partir de problemas sobre la adición y sustracción de expresiones algebraicas.

3.2.2.2. Entorno físico

La institución educativa está ubicada en una población de escasos recursos económicos, de diversos problemas socioculturales. Sus aulas cuentan con sillas universitarias de madera en estado regular, la iluminación es buena, el espacio de cada aula está diseñado para máximo 40 estudiantes, por lo que la disposición de las sillas más favorable es en filas, la sala de sistemas tiene una configuración como se muestra en la figura 1., y las sillas son plásticas lo que facilita su movilidad. Las mesas son estáticas, a su alrededor se ubican estudiantes con sus respectivos portátiles. El pretest y postest se desarrollan en las aulas 7 y 8 de la institución educativa. Las sesiones uno y dos de las unidades didácticas se realizan en la sala de informática (figura 1.).

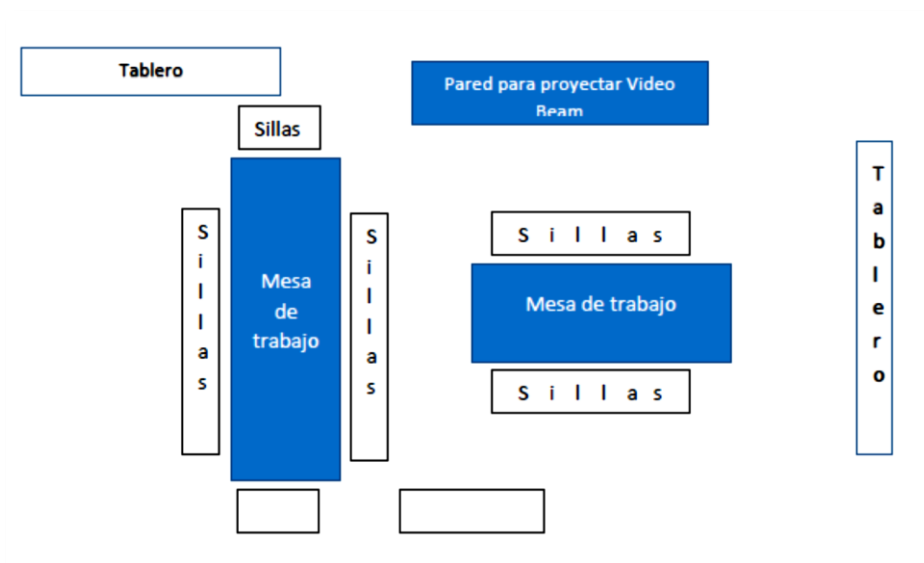


Figura 3. Esquema sala de sistemas I.E. Liceo de Occidente.
Fuente: elaboración propia.

3.2.2.3. Materiales

Para la implementación de las unidades didácticas se emplean principalmente los siguientes recursos o materiales:

Material didáctico multimedia audiovisual

Según Sánchez, 2003 (citado por Arredondo, 2015): «Cualquier material diseñado para un uso concreto, que utiliza conjunta, simultáneamente y de modo coordinado diversos medios (texto, imágenes estáticas y en movimiento, sonidos y voces)» (p. 58). De este modo el material didáctico utilizado en las secuencias didácticas es:

1. Presentación en PPT sobre: Breve historia del álgebra, objetivos de las sesiones, temas a estudiar, explicación de los roles de cada integrante dentro del grupo y reglas de la clase.
2. Guías de aprendizaje: Incluyen conceptos previos, definiciones, ejemplos, sugerencia de páginas, videos, actividades de refuerzo, en el caso del ABP, se propone además una pregunta provocadora referente a un problema sobre perímetro y área de terrenos. En total se aplican dos guías: La primera guía sobre adición de expresiones algebraicas y aplicaciones. La segunda sobre propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas. Ambas diseñadas por la investigadora, con algunas imágenes y problemas tomados de los libros de texto: Los Caminos del Saber Matemáticas 8 (Santillana) y Supermat Matemáticas 8 (Voluntad).
3. Videos: Propuestos para ofrecer a los estudiantes recursos que puedan observar las veces que lo requieran y refuercen los conceptos y ejemplos dados en las guías de aprendizaje, tomados de los siguientes enlaces, debajo de cada uno se menciona el tema que trata:
[https://www.youtube.com/watch?v=1nmlpW5uHB4:](https://www.youtube.com/watch?v=1nmlpW5uHB4)
 (Introducción al álgebra)
[https://www.youtube.com/watch?v=zRIJgiDVcPo&t=7s:](https://www.youtube.com/watch?v=zRIJgiDVcPo&t=7s)
 (Suma de polinomios)
[https://www.youtube.com/watch?v=PSoseelKFhU:](https://www.youtube.com/watch?v=PSoseelKFhU)
 (Ejercicio perímetro rectángulo)
[https://www.youtube.com/watch?v=Y-SmyefLJrg:](https://www.youtube.com/watch?v=Y-SmyefLJrg)
 (Propiedades de la suma de polinomios)
[https://www.youtube.com/watch?v=Pj95vjGSctg:](https://www.youtube.com/watch?v=Pj95vjGSctg)
 (Resta de polinomios)

https://www.youtube.com/watch?v=nzbNxrWH_Rs:

(Ejercicios sobre resta de polinomios algebraicos)

4. Páginas de internet para consulta y práctica de los conceptos estudiados, donde se nombra el propósito de cada página web:

<http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>:

(Monomios, suma y resta)

<https://es.symbolab.com/solver/polynomial-addition-calculator>:

(Calculadora de polinomios)

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?F/W/U/H/3QDP1415046992>:

(Problemas perímetro aplicación suma y resta de polinomios)

<http://www.ematematicas.net/polinomios.php>:

(Suma de polinomios)

<http://www.aaamaticas.com/pro74ax2.htm#section2>:

(Práctica de propiedades de la suma).

<https://www.intermatia.com/ejercicios/PL001/>:

(Ejercicios interactivos de suma y resta de polinomios)

<http://www.matematicatuya.com/NIVELACION/ALGEBRA/S1.html>:

(Expresiones algebraicas. Polinomios. Suma y resta de expresiones algebraicas)

Material impreso o análogo

Textos fotocopiados, en formato Word y PDF. Corresponden a las actividades 1 y 2 que deben desarrollar los estudiantes al finalizar cada sesión, además pueden visualizarlas en la pantalla; se entrega impreso para que puedan entregarlas después de cada sesión. En el caso del ABP, las actividades se entregan al comenzar las sesiones de clase, para que a partir de los problemas que deben resolver, consulten en el material suministrado y disponible, la información que necesitan para comprenderlos y dar su solución, además deben ir registrando en un portafolio, tanto apuntes, como notas y procedimientos seguidos a lo largo de las sesiones.

3.2.2.4. Unidad didáctica

Las actividades que se desarrollan en la secuencia o unidad didáctica con los grupos 801 y 802 de la Institución Educativa Liceo de Occidente, con el fin de lograr de manera constructiva y colaborativa la comprensión del concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas y

sus aplicaciones, tanto en el AC como en el ABP, se reparten en dos sesiones, (Anexo A.2) de la siguiente manera:

3.2.2.4.1. Sesión uno

Inicio

Se realiza una evaluación diagnóstica (ver ANEXO A.4.1), para determinar los saberes con los que los estudiantes cuentan respecto al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas. Posterior a esta evaluación, se conforman grupos de tres estudiantes, que trabajarán en equipo para lograr los fines propuestos. Se delegan los roles que cada estudiante debe cumplir dentro del grupo: moderador, secretario y coordinador, los cuales fueron explicados a los estudiantes al inicio de la sesión uno y las cuales están definidos en la unidad didáctica (ver ANEXO A.1). Se proyecta una presentación en PPT en la cual se expone una reseña histórica sobre el álgebra, además de los temas y objetivos que se esperan alcanzar en durante y al final de la sesión, así como las reglas de clase. Esta parte tiene una duración de 90 minutos.

Desarrollo

En esta etapa los estudiantes comienzan su consulta del material proporcionado, con apoyo de las TIC, para construir los conceptos y saberes relacionados al tema de adición de monomios y polinomios y algunas de sus aplicaciones, a medida que van avanzando en sus indagaciones y observaciones se les van planteando unas actividades de refuerzo para que tengan la oportunidad de ir apropiando los conceptos.

Luego de la consulta y el análisis de la guía suministrada en PDF (para ser visualizadas en el computador), las actividades de refuerzo propuestas a lo largo de la guía, con páginas de internet y videos explicativos del tema, los estudiantes pasan a desarrollar la actividad No. 1 (ver ANEXO A.3.1 y A.3.3) que se encuentra al final de la guía de aprendizaje, la cual contiene siete puntos, que pretenden, a partir de negociaciones, la participación de cada estudiante, propuestas desde el punto de vista de cada uno, la interacción y el compartir los conocimientos adquiridos de cada uno, practicar, evaluar y observar, se puede decir, la zona de desarrollo real en la que se encuentran los estudiantes, luego del trabajo colaborativo emprendido. En el caso

del ABP, lo anterior, se da posterior a la pregunta problémica y la actividad previamente entregada. Para esta fase de la sesión se proporciona un tiempo de 135 minutos.

Cierre

Esta primera sesión se cierra, primero con una reflexión por parte de los estudiantes acerca de la experiencia de trabajar en equipo, su percepción del ambiente de estudio, el material suministrado, el estado de los computadores y todo lo relacionado con el ambiente en general de la clase, esto hace parte de la evaluación continua y formativa de los procesos de aprendizaje y comunicación entre los estudiantes y docente. Finalmente, se recogen los trabajos que deben entregar en hojas de trabajo, para la respectiva revisión. En el caso del ABP, deben entregar el portafolio, con apuntes, procedimiento y actividades desarrolladas. El tiempo de esta parte es de 10 minutos.

3.2.2.4.2. Sesión dos

Inicio

La profesora socializa con los estudiantes los objetivos y temas a tratar en esta sección, que son las propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. Se hace un breve recordatorio de las funciones del rol que cada estudiante cumple dentro del grupo, así como el acompañamiento de la guía y orientación de la docente, y las reglas de clases. Esta etapa tiene una duración de 15 minutos.

Desarrollo

Al igual que en la sesión uno los estudiantes comienzan su consulta del material proporcionado, con apoyo de las TIC, para construir los conceptos y saberes relacionados al tema de propiedades de la adición de expresiones algebraicas y sustracción de expresiones algebraicas, una vez más, a medida que van avanzando en sus indagaciones y observaciones se les van planteando unas actividades de refuerzo para que tengan la oportunidad de ir apropiando los conceptos.

Luego de la consulta y el análisis de la guía suministrada en PDF (para ser visualizadas en el computador), las actividades de refuerzo propuestas a lo largo de la guía, con páginas de internet y videos explicativos del tema, los estudiantes pasan a desarrollar la actividad No. 2 (ver ANEXO A.3.2 y A.3.4), la cual contiene diez puntos, que buscan a partir de las competencias de colaboración descritas en la sesión uno, practicar, apropiar, experimentar y evaluar los conceptos y aplicaciones tratados. En el ABP, los estudiantes proceden de igual forma que en la sesión No. 1 Para esta fase de la sesión se proporciona un tiempo de 195 minutos.

Cierre

Esta segunda sesión se cierra con la recolección de las actividades desarrolladas por los grupos, en trabajo colaborativo, para su revisión, en el caso del ABP, el portafolio. Luego se aplican las evaluaciones formativas del proceso, como lo son: Autoevaluación, Coevaluación, evaluación a la docente y a los materiales y ambiente de aprendizaje, para analizar la percepción de los estudiantes y sus puntos de vista respecto a estos procesos, y finalmente se aplica el posttest. La duración de esta fase fue de 95 minutos.

El total de tiempo de las dos sesiones aplicadas con los estudiantes de grados 802 y 801, fue de 540 minutos (9 horas).

3.2.2.4.3. Evaluación

Pretest

Se propone como evaluación diagnóstica para determinar los conocimientos y habilidades que poseen los estudiantes, de los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, y sobre esta base construir las guías de aprendizaje y actividades. Se proponen 8 preguntas en las cuales se evalúan diferentes tipos de problemas y situaciones sobre el tema (ANEXO A.4.1).

Posttest

Se aplica similar al pretest. Con el propósito de verificar cómo mejoró la comprensión de los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas en los estudiantes. Se aclara que aunque, ambos grupos estuvieron en dos tipos de ambiente de aprendizaje diferentes, AC y ABP, la evaluación se hace igual en ambos ambientes. (ANEXO A.4.5).

Tabla 1. Estructura de las unidades didácticas AC y ABP.

ESTRUCTURA UNIDAD DIDÁCTICA AC	ESTRUCTURA UNIDAD DIDÁCTICA ABP
Sesión Uno	Sesión Uno
Inicio	Inicio
<ul style="list-style-type: none"> - Pretest. - Presentación. - Organización de grupos y roles de cada Integrante. - Temas y objetivos. - Reglas de clase. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pretest. - Presentación. - Organización de grupos y roles de cada estudiante. - Pregunta problémica y objetivos de aprendizaje. - Reglas de clase.
Desarrollo	Desarrollo
<ul style="list-style-type: none"> - Análisis de la guía No. 1. Adición de expresiones algebraicas. - Solución actividad No. 1. 	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión de la actividad No. 1 sobre adición de expresiones algebraicas. - Consulta y análisis de conceptos y ejemplos necesarios para desarrollar la actividad No. 1 (Guía No. 1). - Solución actividad No. 1.
Cierre	Cierre
<ul style="list-style-type: none"> - Reflexión sobre trabajo colaborativo, dudas, preguntas y aportes. - Entrega de actividad No. 1. 	<ul style="list-style-type: none"> - Socialización entre los estudiantes para verificar y comparar dudas y aportes. - Entrega de portafolio que contiene: actividad No. 1, apuntes y observaciones durante la sesión.
Sesión Dos	Sesión Dos
Inicio	Inicio
<ul style="list-style-type: none"> - Temas y objetivos. - Reglas de clase. 	<ul style="list-style-type: none"> - Objetivos de aprendizaje entorno a la pregunta problémica de la unidad. - Reglas de clase.
Desarrollo	Desarrollo
<ul style="list-style-type: none"> - Análisis de la guía No. 2. Propiedades de la Adición y sustracción de expresiones algebraicas. - Solución actividad No. 2. 	<ul style="list-style-type: none"> - Revisión de la actividad No. 2 sobre propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. - Estudio, consulta y análisis de la guía No. 2. Para adquirir los conceptos necesarios para resolver los problemas propuestos en la actividad. - Solución actividad No. 2.
Cierre	Cierre
<ul style="list-style-type: none"> - Entrega de actividad No. 2 - Autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje. - Postest. 	<ul style="list-style-type: none"> - Entrega de portafolio con: actividad No. 2, apuntes de clase y otros. - Autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje. - Postest.

Fuente: Elaboración propia

3.3. TÉCNICA E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

3.3.1. *Técnica*

Un aspecto importante para el desarrollo de una investigación, es la manera cómo se obtienen los datos que permiten alcanzar los objetivos propuestos. Por esta razón y teniendo en cuenta que las técnicas permiten recolectar información específica, base del trabajo investigativo, en el presente caso, para identificar el resultado de implementar dos ambientes de aprendizaje, uno colaborativo (AC) y otro basado en problemas (ABP), se usan las siguientes técnicas:

Observación directa:

Según Hernández et al (2006), las anotaciones de este tipo consisten en: «Descripciones de lo que estamos viendo, escuchando, olfateando y palpando del contexto y de los casos o participantes observados» (p. 541). Esta técnica se ajusta al estudio que se realiza, pues una vez entregadas las instrucciones a los grupos tanto de AC como de ABP, para el estudio de los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, se procede a observar el comportamiento de los estudiantes en cada momento de las sesiones (inicio, desarrollo y cierre), tomando notas de aspectos relevantes que conformaron material para el análisis de datos.

3.3.2. *Instrumentos de recolección de datos*

La recolección de datos es parte importante en el enfoque cualitativo, aunque su intención no es medir variables para hacer inferencias, ni análisis estadísticos, según Hernández et al. (2006):

Lo que se busca en un estudio cualitativo es obtener datos (que se convertirán en información) de personas, seres vivos, comunidades, contextos o situaciones en profundidad; en las propias "formas de expresión" de cada uno de ellos. Al tratarse de seres humanos los datos que interesan son conceptos, percepciones, imágenes mentales, creencias, emociones, interacciones, pensamientos, experiencias, procesos y vivencias

manifestadas en el lenguaje de los participantes, ya sea de manera individual, grupal o colectiva. Se recolectan con la finalidad de analizarlos y comprenderlos, y así responder a las preguntas de investigación y generar conocimiento (p. 583).

En el proceso cualitativo, la investigadora representa el instrumento de recolección de datos (Hernández, et al., 2006), pues es quien a través de métodos o técnicas, recoge los datos, observa, entrevista, revisa documentos, conduce las sesiones de clase. Aquí la investigadora también constituye una fuente de datos, según Hernández et al. (2006) «además recolecta datos de diferentes tipos: lenguaje escrito, verbal y no verbal, conductas observables e imágenes» (p. 583). De lo anterior, los datos obtenidos para la presente investigación principalmente surgen de evaluaciones tales como: autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de clase o entorno (para observar conductas, sensaciones, puntos de vista de los estudiantes) y un pretest y posttest (para observar la comprensión de los estudiantes del concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, desde cada ambiente de aprendizaje).

Posterior a la recolección de datos a través de los instrumentos y las múltiples observaciones del investigadora se precede al análisis de datos.

4. CAPÍTULO 4:

ANÁLISIS DE DATOS

Puesto que el enfoque de esta investigación es cualitativo, la técnica de análisis de datos que más se ajusta es la descriptiva. Según Hernández et al (2006), define las siguientes características fundamentales para un análisis de este tipo y que concuerdan con la naturaleza de los datos recolectados en el presente estudio. Algunas de ellas se describen a continuación:

[...] 2. Los propósitos centrales del análisis cualitativo son:

- Darle estructura a los datos (Patton, 2002), lo cual implica organizar las unidades, las categorías, los temas y los patrones (Grinnell, 1997).
- Describir las experiencias de las personas estudiadas bajo su óptica, en su lenguaje y con sus expresiones (Grinnell, 1997, Creswell, 2005).
- Comprender en profundidad el contexto que rodea los datos.
- Interpretar y evaluar unidades, categorías, temas y patrones (Patton, 2002).
- Explicar ambientes, situaciones, hechos, fenómenos (Baptiste, 2001).
- Reconstruir historias (Baptiste, 2001).
- Encontrar sentido a los datos en el marco del planteamiento del problema
- Relacionar los resultados del análisis con la teoría fundamentada o construir teorías (Charmaz, 2000; Baptiste, 2001) [...] (p. 624).

En la medida en que el investigador diseña su propio análisis de los datos recolectados, tiene mayor flexibilidad a la hora de extraer conclusiones en torno al problema planteado, lo anterior concuerda cuando Hernández et al. (2006), menciona que:

[...] Más que seguir una serie de reglas y procedimientos concretos sobre cómo analizar los datos, el investigador construye su propio análisis. La interacción entre la recolección y el análisis nos permite mayor flexibilidad en la interpretación de los datos y adaptabilidad cuando elaboramos las conclusiones (Coleman y Unrau, 2005). Debe insistirse: el análisis de los datos no es predeterminado, sino que es "prefigurado, coreografiado o esbozado". Es decir, se comienza a efectuar bajo un plan general, pero

su desarrollo va sufriendo modificaciones de acuerdo con los resultados (Dey, 1993). Dicho de otra forma, el análisis es moldeado por los datos (lo que los participantes o casos van revelando y lo que el investigador va descubriendo). [...] (p. 624).

A continuación se presentan las tablas elaboradas para el análisis e interpretaciones de las evaluaciones (coevaluación, autoevaluación, a la docente y ambiente de aprendizaje) y del pretest y posttest. Por la extensión del análisis realizado, se encuentra completo en la sección de anexos, de requerirse la consulta del mismo, dirigir al ANEXO A8 (en este se encuentran las 204 interpretaciones realizadas del análisis, por separado de cada una de las sesiones en cada ambiente de aprendizaje AC y ABP, en sus respectivas fases de inicio, desarrollo y cierre)

4.1. Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje colaborativo AC grado 802

A continuación se analizan e interpretan los resultados recolectados al aplicar las evaluaciones correspondientes a la autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje y el pretest y posttest; aplicados a los estudiantes del grado 802 en el ambiente de aprendizaje AC (el análisis e interpretaciones de la I1 a la I49 de la unidad didáctica, su aplicación, se encuentran en el ANEXO A8, pp. 218-233).

4.1.1. Sesión uno

En este subcapítulo se dan los análisis e interpretaciones del inicio, desarrollo y cierre de la sesión uno del AC del grado 802. (Anexo A8, pp. 219-227).

4.1.2. Sesión dos

En este subcapítulo se dan los análisis e interpretaciones del inicio, desarrollo y cierre de la sesión dos del AC del grado 802. (Anexo A8, pp. 228-233).

4.1.3. Evaluaciones del AC

4.1.3.1. Autoevaluación

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la autoevaluación del AC en el grado 802.

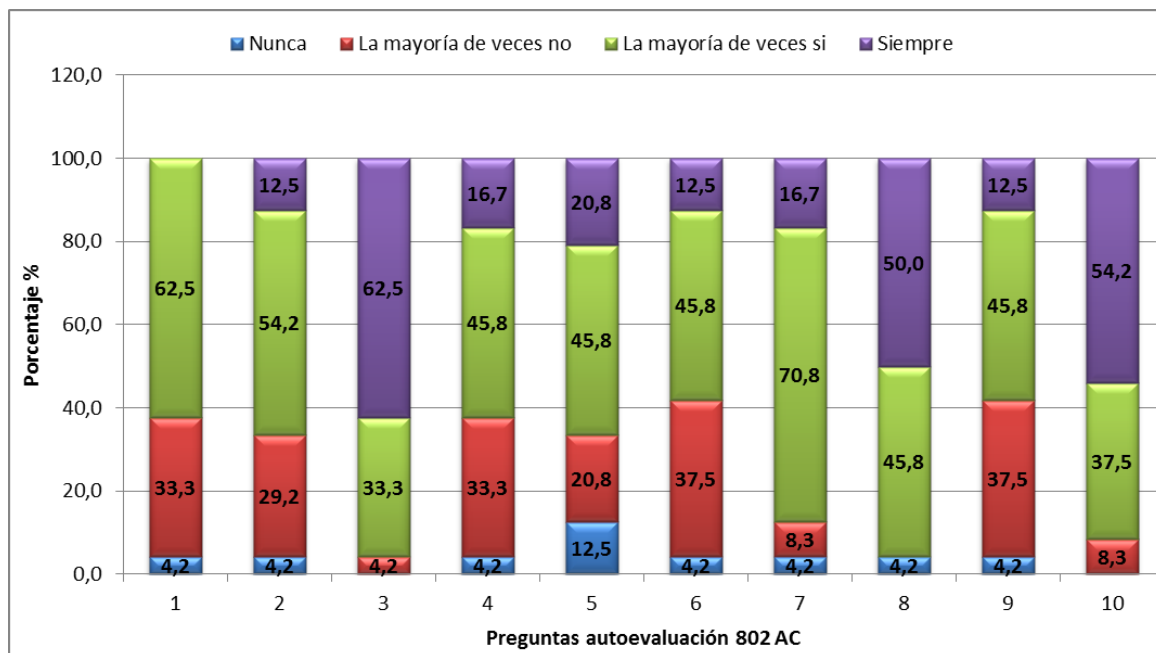


Figura 4. Resultados de la autoevaluación del AC de los estudiantes de 802.
Fuente elaboración propia.

Tabla 8. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 1: Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuando realizamos las actividades propuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.50.	El 62,5% de los estudiantes contestaron que la mayoría de veces si logran expresar sus ideas al grupo.	Lo que significa que al ser la naturaleza de los procesos psicológicos de los estudiantes en esencia social, el uso del lenguaje transformó sus acciones y pensamientos mediante la comunicación con los demás, compartir representaciones, intereses y transmitir información de uno a otro. El lenguaje medió la relación con los otros y con ellos mismos, a través de la capacidad de describir, explicar sus puntos de vista, comunicar información matemática, argumentar, etc., según lo

	afirmado por (Cubero, 2015); (Baquero, 1997); (Serrano & Pons, 2011); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Londoño, 2003).
I.51. El 33,3% respondió que la mayoría de veces no pudo expresar al grupo sus ideas y el 4,2% nunca lo hizo	Contrario a lo que afirman (Litwin, 2008); (Calzadilla, 2002), las nuevas tecnologías y el trabajo en equipo, no siempre promovieron los puntos de vista diferentes para solucionar situaciones problemáticas y en ocasiones se dificultó compartir proyectos y construir soluciones a un problema, así como manifestar habilidades sociales, tales como: explicación, regulaciones mutuas, aceptar y apoyar a los demás en la solución de problemas de forma constructiva.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 9. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 2: Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.52.	El 12,5% de los estudiantes consideraron que siempre comprendió el concepto, el 54,2%, que la mayoría de veces lo hacían.	Lo que significa que si el conocimiento fue una construcción, los estudiantes debieron dar significado a la información suministrada y relacionar este conocimiento con la realidad, para así ampliar sus capacidades de resolver problemas sobre perímetro, lo que requirió del compromiso individual, aspecto que además debió contribuir a la construcción del conocimiento grupal. Las situaciones sobre perímetro, fueron una aplicación de los conceptos adición y sustracción de E.A., que permitían observar la comprensión de una manera indirecta y a la vez objetiva, desde las acciones que los estudiantes hacían en su intento por resolver los problemas y si usaban el conocimiento deseado. Basado lo anterior, en (Cubero, 2005); (Gros, 2008); (Bransford et al, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Gallardo, 2004)
I.53.	El 29,2% de los estudiantes manifestaron que la mayoría de veces no comprendían el concepto, el 4,2%, que no lo comprendieron	Contrario a lo afirmado por (Godino, Batanero & Font, 2003), en algunos casos, no se evidenció, construcción de razonamiento matemático y el conocimiento esperado, con la actividad concreta de resolver problemas sobre perímetro y área, es decir, que la experiencia no contribuyó a la comprensión de los conceptos. Lo anterior, pudo indicar que estos estudiantes estaban fuera de su ZDP ³ ,

³ ZDP: iniciales de zona de desarrollo próximo.

perdiendo la relación de una idea con otra.
(Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 10. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 3: Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.54.	El 62,5 de los estudiantes manifestaron que siempre lo hacían, el 33,3 % que la mayoría de veces lo hicieron y sólo el 4,2% manifestó que la mayoría de veces no participó activamente.	Lo que significa que desde el constructivismo social, los estudiantes debían ser sujetos activos, que modificaran sus conocimientos de acuerdo a las condiciones de su entorno y comprometidos con su propio aprendizaje, para así poder contribuir a la construcción grupal del conocimiento. Para complementar lo anterior, el reparto de roles diferenciados dentro de los grupos, debió favorecer el logro de los objetivos propuestos de manera grupal, mejor que si hubiesen trabajado solos. como lo afirman (Serrano & Pons, 2011); (Gómez & Pérez, 2011); (Gros, 2008)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 11. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 4: Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.55.	El 16,7% de los estudiantes expresaron que siempre discutieron con argumentos, el 45,8 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que el lenguaje y la comunicación se configuró en un medio para compartir pensamientos, transmitir información, negociar significados. Con el aprendizaje colaborativo, se favoreció en algunos casos, el desarrollo de habilidades como: explicar, regulaciones mutuas, apoyo en la resolución de problemas, negociación dialógica, argumentar, interactuar y compartir saberes para el avance del conocimiento colectivo, como lo sugieren (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (Gros, 2008); (Zañartú, 2011); (Godino, Batanero, & Font, 2003).
I.56.	El 33,3% manifestaron que la mayoría de veces no lo hicieron y un 4,2% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que dado que el tipo de comunicación que se dio en el aula de clase, fue relacional, surgieron intercambios comunicativos que regularon las relaciones entre los miembros del grupo, junto al clima que se dio dentro del aula, lo cual facilitó o dificultó la experiencia de aprendizaje y

desarrollo personal de los estudiantes, según lo afirmado por (López, 2015); (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 12. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 5: Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observar otras formas de explicar los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.57.	El 20,8% de los estudiantes dicen que siempre lo usan, el 45,8 % que casi siempre lo hacen	Lo que significa que el computador se utilizó como un artefacto mediador, entre la interacción de los estudiantes y el intercambio de información, y al ser apoyado con el proceso de trabajo colaborativo y elementos como la sincronía de la interacción y el autoaprendizaje, no se requirió crear un espacio virtual. Se procuró utilizar herramientas que se acomodaran a las necesidades de los alumnos, como: a. Videos explicativos sobre adición, propiedades y sustracción de polinomios y problemas resueltos; b. Guías de aprendizaje digitales en PDF; c. Páginas interactivas y de consulta, para comprobar resultados de Adiciones y sustracciones de polinomios y solucionar problemas sobre los temas, documentos digitales con información de los temas, que crearan puentes entre la comprensión en desarrollo de los estudiantes y la información suministrada por el computador, Como lo sugieren (Gros, 2008); (Zañartú, 2011); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008).
I.58.	El 20,8% manifestaron que la mayoría de veces no lo usan y un 12,5% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que aunque la tecnología pudo constituirse en una herramienta de enseñanza para mejorar la comprensión, fue necesario que los estudiantes, tuvieran flexibilidad y adaptabilidad para aprender de la experiencia, cosas que les permitiera afrontar dificultades de situaciones posteriores. Según lo señalado por (Dewey, 1998). Contrario a lo afirmado por (Coll & Monereo, 2008), en ocasiones la inclusión de las TIC (videos, guías digitales, páginas web, documentos digitales) no amplió la capacidad de los estudiantes para transmitir, compartir, aprender, representar información sobre los conceptos propuestos. O sea que, si bien, la tecnología puede potenciar, no elimina las dificultades de aprender; no obstante, comprender y valorar su alcance sobre la

enseñanza, permite mejorar las prácticas educativas, según (Litwin, 1994); (Litwin, 2008).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 13. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del AC, pregunta No. 6: Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.59.	El 12,5% de los estudiantes aseguran que siempre pueden resolverlos, el 45,8 % que casi siempre lo hacen	Lo que significa que la finalidad del aprendizaje fue que los estudiantes dieran sentido al mismo. El que algunos estudiantes resolvieran de forma independiente los problemas propuestos, significó la maduración de esas tareas en ellos (ZR), lo cual podía manifestarse en acciones como: explicar, discutir, comunicar, interpretar, comparar, relacionar y utilizar manifestaciones externas, esto es conocimientos procedimentales, para resolver exitosamente situaciones, relacionadas con los temas estudiados. Según lo señalado por (Serrano & Pons, 2011); (Vigotsky, 2009); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Díaz & Hernández, 2002).
I.60.	El 37,5% manifestaron que la mayoría de veces no lo logran y un 4,2% que nunca lo lograron.	Lo que significa que se refleja en algunos casos, contrario a lo afirmado por (Falsetti, 2003), que la actividad de resolver problemas no significó una fuente de motivación para estos estudiantes, ni un medio para el aprendizaje significativo de los temas tratados. Sin embargo, es natural que los estudiantes hayan tenido dificultades en el proceso, y de estas también podían aprender, y así pudieran llegar a comprender y relacionar los diferentes problemas propuestos, con su realidad, como lo indican (Godino, Batanero & Font, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 14. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 7: Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.61.	El 16,7% de los estudiantes expresaron que siempre comprendieron, el 70,8 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que como la comprensión puede reconocerse por medio del desempeño, cuando el estudiante puede pensar y actuar a partir de lo que sabe, los estudiantes estuvieron en la capacidad de aplicar métodos, explicar, justificar procesos, y no simplemente trabajar

	de forma memorística, las situaciones sobre adición y sustracción planteadas. De igual manera, fue importante que las actividades estuvieran diseñadas para involucrar a los estudiantes y fueran practicando lo que iban comprendiendo. En el presente estudio, la comprensión se dirigió hacia las acciones que los estudiantes desarrollaban en su intento por resolver los problemas propuestos, o sea de forma positiva, según lo afirmado por (Stone, 1999); (Gallardo, 2004).
I.62. El 8,3% afirmó que la mayoría de veces no lo hicieron y un 4,2% que nunca lo lograron	Lo que significa que desde una concepción idealista, sin un buen fundamento matemático, no era posible que los estudiantes aplicaran los conceptos de adición, propiedades y sustracción de expresiones algebraicas a situaciones problema. Es decir, que para algunos estudiantes, las herramientas de apoyo suministradas, no fortalecieron la estructura interna fundamental del tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, por lo que manifestaron no haber alcanzado comprensión de éstos, como lo exponen (Godino, Batanero & Font, 2003); (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 15. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del AC, pregunta No. 8: Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.63. El 50% de los estudiantes declararon que siempre lo consiguieron, el 45,8 % que casi siempre. Sólo el 4,2% manifestó que no trabajó en equipo.		Lo que significa que al ser la escuela un espacio sociocultural, permitió a los estudiantes compartir tareas en las que interactuaran y negociaran, utilizando lenguaje y comunicación. Esta participación de los estudiantes, debió contribuir a su ZDP. Adicionalmente, se esperó que el trabajo colaborativo, y el uso de la tecnología, contribuyeran en alcanzar las metas de comprensión. Se tuvo en cuenta también, que la actividad de resolver problemas fuera un vehículo del aprendizaje de las matemáticas, y que generan motivación en los estudiantes. Aquellos que presentaron dificultades en el trabajo en equipo no lograron por este medio acercarse a su zona potencial de desarrollo. Tolo lo anterior, se basó en (Cubero, 2005); (Vigotsky, 2009); (Gros, 2008); (Gómez &

Pérez, 2011); (Coll & Monereo, 2008); (Zañartú, 2011); (Falsetti, 2003); (Dewey, 1998); (Feinberg & Torres, 2014); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Stone, 1999)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 16. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del AC, pregunta No. 9: Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.64.	El 12,5% de los estudiantes aseguraron siempre tenerlos, el 45,8 % que casi siempre los conocían. El 37,5% señalaron que la mayoría de veces no lo resultó claro y un 4,2% que nunca lo fue	Lo que significa que para la resolución de problemas de adición y sustracción de expresiones algebraicas, se requirió que los estudiantes contextualizaran e hicieran personales los conocimientos, de manera que desarrollaran capacidades para interpretar, discutir, comunicar información matemática, y pudieran modelar los pasos a seguir en la resolución de un problema, a partir de lo que sabían. Lo que permitió observar qué estudiantes comprendían y reconocían los tipos de situaciones problema planteados y quienes tuvieron dificultad en ello. Lo anterior de acuerdo con (Falsetti, 2003); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 17. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 10: Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.65.	El 54,2% de los estudiantes indicaron que siempre lo hicieron, el 37,5 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que los estudiantes adquirieron su conocimiento sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas, en un inicio a nivel intermental, es decir interactuando con otros compañeros de forma intencional. El lenguaje fue un instrumento para que pudieran manifestar sus estados mentales entre sí, en el proceso dado de colaboración y se pudiera dar movilización de significados comunes de los conceptos estudiados, así como regulaciones mutuas. Lo anterior basado en (Vigotsky, 2009); (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (Gros, 2008); (Calzadilla, 2002); (Londoño, 2003).

I.66.

Un 8,3% manifestó que la mayoría de veces no valoraban ni compartía aportes con su grupo

Lo que significa que pocos estudiantes, presentaron dificultad para participar en las decisiones del grupo que afectarían el producto final de la clase. Lo que contrario a lo afirmado por (Gros, 2008); (Zañartú, 2011), indica que no hubo negociación y co-construcción, las cuales requerían de diálogos elaborados y habilidades de trabajar en grupo, que permitieran la construcción de conocimiento entre cada estudiante y el grupo al que pertenecían.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3.2. Coevaluación

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la coevaluación del AC del grado 802.

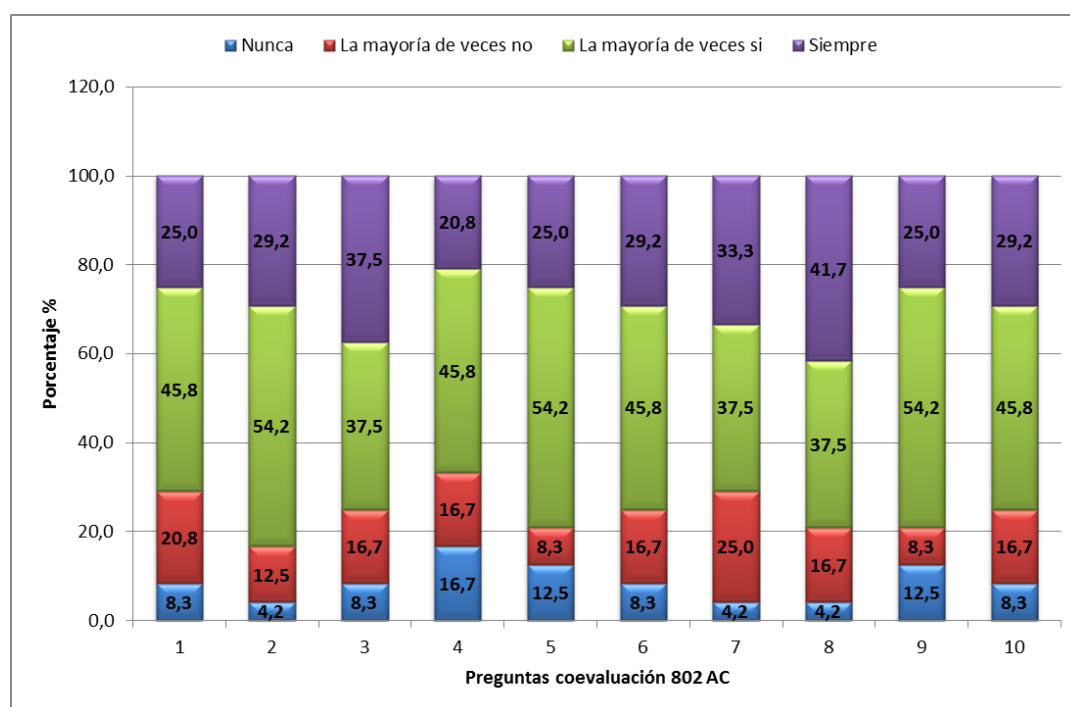


Figura 5. Resultados de coevaluación del AC del grado 802.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 18. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 1: Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
-----	----------	------------------

1.67.	El 25% de los estudiantes contestaron que sus compañeros siempre buscaron solución, entre tanto 45,8% de ellos, que la mayoría de veces si lo hacían.	Lo que significa que los estudiantes en su mayoría consideraron que sus compañeros fueron activos al construir conocimiento de acuerdo a las condiciones dadas en la clase. Y que desarrollaron habilidades sociales como el compromiso con el éxito de los integrantes del grupo, apoyándolos de forma constructiva en la solución de problemas. Según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Dewey, 1998).
1.68.	El 20,8% afirma que sus compañeros casi nunca lo hacían y el 8,3% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que algunos estudiantes no mostraron su actitud de compromiso frente al grupo, según el compañero que lo evaluó; lo que indica además, que no se evidenció compromiso con el aprendizaje propio, es decir, con el autoaprendizaje de estos estudiantes, ni comprensión del valor cognitivo de la colaboración, sobre todo en componentes como: compartir y co-construir (Gros, 2008).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 19. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 2: Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.69.	El 29,2% consideró que su compañero(a) siempre mostró comprensión al resolver las actividades. El 54,2% que la mayoría de veces sí lo hizo. El 12,5% consideró que su compañero(a) la mayoría de veces no mostró comprensión al resolver las actividades. El 4,2% que en ningún momento lo hizo	Lo que significa que a través del desempeño de su compañero, reconocieron en éste que tenía comprensión, al observar su capacidad de: explicar justificar, vincular, reconocer el propósito de los tipos de situaciones problema sobre adición y sustracción de polinomios. Según lo asegurado por (Stone, 1999); (Gallardo, 2004). En los casos en que percibieron falta de comprensión de sus compañeros, no se dio lo expresado por los autores mencionados.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 20. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 3: Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.70.	El 37,5% de los estudiantes afirmó que siempre su compañero las aceptaba. Un 37,5% que la mayoría de veces sí lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que la mayoría de sus compañeros reconocían que la interacción entre compañeros favoreció la construcción de sus propios conocimientos sobre adición y

	sustracción de E.A. Así como lo hacían la negociación, desacuerdos, regulaciones mutuas y el considerar puntos de vista, dentro de las cuales se dieron las críticas y sugerencias, que conformaron procesos mediante aprendían de una forma más compleja. Como lo señalan (Torbay, 1998); (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Falsetti, 2003); (Dewey, 1998).
1.71. El 16,7% consideró que la mayoría de veces su compañero no aceptaba críticas y sugerencias y en un 8,3% que nunca lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que no se dio favorable la negociación dialógica con algunos compañeros, al no poder contrastar puntos de vista interpersonales con ellos, para lograr llegar a acuerdos en consenso con relación a los conceptos y problemas sobre adición y sustracción de E.A. Es decir, que contrario a lo afirmado por (Gómez & Pérez, 2011), al no aceptar críticas y sugerencias, con éstos, no se potenció el aprendizaje colaborativo que se basa en una discusión igualitaria que permite un proceso de enseñanza benéfico para todos.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 21. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 4: Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.72. El 20,8% de los estudiantes expresó que su compañero siempre argumenta. El 45,8% que la mayoría de veces lo hace.		Lo que significa que la argumentación y no la imposición de puntos de vista, constituyó en la mayoría de los casos, una de las formas dialogales por medio de la cual los estudiantes pudieron negociar con sus compañeros los significados de los conceptos estudiados. Así fueron desarrollando habilidades sociales como la argumentación, para apoyar al grupo en la resolución de problemas sobre área y perímetro utilizando expresiones algebraicas, de forma constructiva y colaborativa. Además, El uso de palabras o dibujos para describir situaciones matemáticas y explicar sus estrategias, propenderían por un aprendizaje con comprensión y construcción de sentido. Cómo lo manifiestan (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Gros, 2008); (Zañartú, 2011); (Bransford et al., 2007).
1.73. El 16,7% considera que su compañero la mayoría de veces no argumenta. El 16,7% que nunca lo hace.		Los estudiantes que opinaron que sus compañeros no argumentaban en la solución de problemas de perímetro y área usando adición

y sustracción de expresiones algebraicas, pudieron evidenciar: a. Falta de comprensión, pues al existir ésta en algún nivel, debieron tener la capacidad entre muchas otras de argumentar y justificar la aplicación de métodos que fueran más allá del saber rutinario en la solución de problemas. b. Dificultades en capacidades sociales, para discutir y comunicar información en este caso matemática. Según lo asegurado por (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Stone, 1999).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 22. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 5: Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.74.	El 25% de los estudiantes manifiesta que su compañero siempre propuso utilizarlas. El 54,2% la mayoría de veces lo hizo. Mientras que un 8,3% indicó que la mayoría de veces no lo hacía. El 12,5% que nunca lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes podían observar de manera indirecta la comprensión de su compañero, si éste proponía utilizar las propiedades de la adición para tratar de dar solución a problemas. Para que se diera lo anterior, debió primero surgir la comprensión de conocimientos conceptuales tales como: grado, término semejante, igualdad de polinomios, adición de polinomios. Posteriormente, los utilizaría en aplicaciones, tanto internas como externas de la adición y sustracción de E.A. De acuerdo a lo afirmado (Gallardo, 2004); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Díaz & Hernandez, 2002). En contraste de lo anterior, algunos estudiantes, manifestaron que no se dio lo anterior, en el compañero evaluado.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 23. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 6: Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.75.	El 29,2% de los estudiantes señaló que su compañero siempre pudo hacerse entender. El 45,8% la mayoría de veces lo logró. En cambio el 16,7% consideró que su compañero no se hizo entender la mayoría de veces. El 8,3% manifestó que nunca lo logró.	Lo que significa que teniendo en cuenta que el conocimiento se adquiere primero a nivel intermental, la interacción y negociación dialógica entre compañeros de manera intencional, se requirió para construirlo. El lenguaje en la mayoría de casos fue un medio para comunicar el estado mental y puntos de

vista de los estudiantes y una herramienta para construir conjuntamente el conocimiento de la estructura interna de la adición y sustracción de E.A., al recibir apoyo de los otros, en sus inquietudes. Además, se favoreció el desarrollo de habilidades sociales como la explicación e integración con los demás, en la resolución de problemas. La mayoría manifestó que lo anterior se dio como lo plantean (Serrano & Pons, 2011); (Torbay, 1998); (Gros, 2008); (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (Zañartú, 2011).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 24. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 7: Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.76.	El 33,3% de los estudiantes considera que su compañero los utilizó. El 37,5% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que el contenido conceptual como foco de la experiencia de aprendizaje y su naturaleza mediadora entre las actividades propuestas y los estudiantes que las desarrollaban, determinó lo que debían investigar y permitió que los estudiantes observaran las manifestaciones externas de comprensión de sus compañeros, al usar sus conocimientos sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas en la solución de situaciones de área y perímetro, lo que se entiende como un punto de vista positivo de la comprensión. Según lo afirmado por (Serrano & Pons, 2011); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Boettcher, 2007);
1.77.	El 25% manifestó que su compañero la mayoría de veces no lo hizo y que el 4,2% nunca lo hizo.	Pese a que se procuró que los problemas propuestos a los estudiantes fueran acordes a su edad, conocimientos y necesidades, cerca de una tercera parte de los estudiantes consideró que su compañero no utilizó los conceptos de adición y sustracción de E.A., en la solución de problemas, lo que afectó que la experiencia y comprensión de conceptos y propiedades, a partir de la realidad, dieran paso a la formalización del conocimiento conceptual. Además, es probable que los estudiantes se sintieran perdidos, es decir, fuera de su ZDP y requirieran de mayor apoyo del grupo. Como lo indican (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Boettcher, 2007); (Díaz &

Hernández, 2002). Sumado a lo anterior, para que los estudiantes utilizaran los conceptos de adición y sustracción de E.A., en la solución de problemas de área y perímetro, era necesario que tuvieran conocimientos bien organizados y pensamiento estratégico, como lo señala (Boettcher, 2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 25. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 8: Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.78.	El 41,7% afirma que su compañero siempre cumplió con su rol. El 37,5% que la mayoría de veces si lo cumplió. Mientras que el 16,7% consideró que la mayoría de veces no lo cumplió. Y el 4,2% que nunca lo hizo.	Lo que significa que la mayoría de los estudiantes consideraron que su compañero cumplió con el rol asignado, y pocos fueron los que no. De acuerdo con (Gómez & Pérez, 2011) el reparto de roles diferenciados llevó a obtener los objetivos propuestos, que de manera individual hubiesen sido más difíciles de alcanzar. Al compartir las responsabilidades del proceso de aprendizaje, los estudiantes debieron comprender el valor cognitivo de la colaboración, como lo afirma (Gros, 2008).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 26. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 9: Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.79.	El 25% afirmó que su compañero siempre utilizó el computador como apoyo. El 54,2% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes en su mayoría, consideraron que su compañero usó el computador como un apoyo en el proceso del trabajo colaborativo y de esa experiencia tomó elementos que le ayudarían a resolver situaciones posteriores sobre los temas de adición y sustracción de E.A. De modo que con las ayudas brindadas en el computador (guías de aprendizaje digitales en PDF; páginas interactivas y de consulta, para comprobar resultados de adiciones y sustracciones de polinomios y solucionar problemas, documentos digitales con información de los temas y videos sobre

	adición, sustracción de E.A., propiedades y aplicaciones), se buscó crear puentes entre la información suministrada y la comprensión de los estudiantes. Se dirá que las TIC cumplieron la mayoría de veces la función de mediadoras entre los estudiantes, la docente y los contenidos, facilitando la adaptación a diferentes ritmos de aprendizaje y realizar actividades de aprendizaje, como lo aseguran (Gros, 2008); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008);
I.80. El 8,3% afirmó que la mayoría de veces su compañero no utilizó el computador como apoyo. Que el 12,5% nunca lo hizo.	Contrario a lo sugerido por (Capllonch, 2005); (Coll & Monereo, 2008), el uso del ordenador (videos, guías digitales, páginas web, documentos) en algunos casos no funcionó como herramienta, ni medio para aprender de él y con él, procesar o transmitir información; algunos manifestaban incluso que necesitaban la explicación de la docente para poder comprender los conceptos estudiados. Lo anterior, pudo obedecer a que según (Litwin, 2008) si bien las TIC pudieron favorecer, no eliminaron las dificultades de aprender.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 27. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 10: Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.81. El 29,2% de los estudiantes consideró que su compañero siempre mostró actitud de colaboración y apoyo. El 45,8% que la mayoría de veces lo hizo.		Lo que significa que por medio del lenguaje y la comunicación, los estudiantes identificaron si su compañero tenía actitud de colaborar y apoyar al grupo, en la acción de comunicar al grupo sus ideas y estrategias. De igual forma el aprendizaje colaborativo, fue un modo de organización social dentro del aula, a partir de la cual observaron habilidades como: la interdependencia positiva de objetivos entre los integrantes del grupo, el compromiso con el éxito de los compañeros, aceptar y apoyar a los demás en la resolución de problemas sobre adición y sustracción de E.A. de forma constructiva, y contribuir a un clima de aula positivo, que favoreciera el aprendizaje. (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (Coll & Monereo, 2008); (Calzadilla, 2002);

(Gómez & Pérez, 2011); (Gómez & Pérez (2011); (López, 2015),

I.82.

El 16,7% consideró que su compañero la mayoría de veces no mostró actitud de colaboración y apoyo. Mientras sólo el 8,3% indicó que nunca lo hizo.

Respecto a los estudiantes que manifestaron que su compañero no mostró colaboración y apoyo al grupo, se puede decir que contrario a lo señalado por (Gros, 2008), no evidenciaron en él responsabilidad en su propio desempeño, para poder contribuir así a la solución de actividades, pues el compromiso individual debió favorecer al grupo; o sea que algunos no asimilaron el valor cognitivo que representa la colaboración, para lograr aprendizaje de mayor calidad y cantidad. Además, el clima de aula en estos casos dificultó el bienestar del grupo, como lo afirman (Gómez & Pérez, 2011); (López, 2005).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3.3. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la evaluación de la docente y del AC del grado 802.

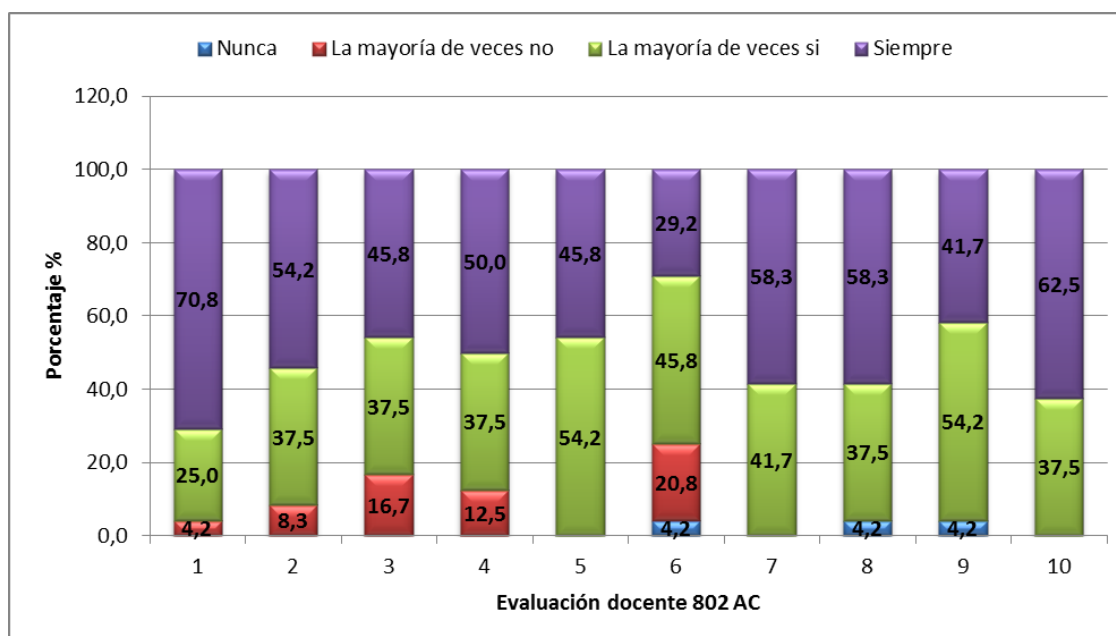


Figura 6. Resultados de la evaluación de la docente y al ambiente de aprendizaje en el AC del grado 802.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 28. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 1: La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.83.	El 70,8% consideró que la docente siempre dio solución a las dudas. El 25% que la mayoría de veces sí lo hizo. Mientras que el 4,2% consideró que la mayoría de veces no lo hizo.	Lo que significa que de acuerdo al enfoque socioconstructivista, la docente procuró, ser un apoyo en la construcción de los conocimientos de los estudiantes, a través de la interacción con ellos. Así mismo fue mediadora y guía entre la construcción del conocimiento de los estudiantes y los significados de los conceptos de adición y sustracción de E.A y su estructura interna. Permitiendo además, que los estudiantes aprendieran de la manera más autónoma que les fuese posible. La comunicación que se esperó generar en las sesiones dentro del aula fueron de carácter relacional. Como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (González, 2012); (Falsetti, 2003); (López, 2015); (Godino, Batanero & Font, 2003). Un bajo porcentajes consideró que lo anterior no se dio como se menciona y no sintieron apoyo por parte de la docente en la mayoría de veces que la requirieron.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 29. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 2: La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.84.	El 54,7% de los estudiantes manifestaron que siempre fueron adecuadas. El 37,5% que la mayoría de veces lo fueron. En cambio el 8,3% consideró que la mayoría de veces no lo fue.	Lo que significa que sobretodo el computador en esta investigación, cumplió el papel de mediador; por lo que resultó importante que el software, superando las dificultades de la institución, brindara un nivel que se acomodara a las necesidades del trabajo colaborativo y la mayoría de los estudiantes lo percibieron de esta manera. Las actividades impresas sobre adición y sustracción de E.A., las hojas de trabajo y el computador, fueron recursos por medio de los cuales los estudiantes pudieron adquirir habilidades propias, con ayuda de un ambiente de aprendizaje que favorecía la relación entre los estudiantes con los materiales brindados. Según (Gros, 2008); (Dewey, 1998); (López, 2015). Algunos estudiantes opinaron que los materiales no

fueron adecuados a sus necesidades la mayoría de veces, según (Boettcher, 2007) éstos no lograron acercarse a los materiales y experiencias, dificultándose desarrollar la conciencia de cómo aprendían y qué estrategias y materiales funcionaban para ellos.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 30. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 3: Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.85.	El 45,8% opinó que siempre fueron suficientes. El 37,5% que la mayoría de veces lo fueron. Un 12,5% opinó que la mayoría de veces no fueron suficientes los materiales.	Lo que significa que la mayoría opinó que los materiales suministrados contribuyeron favorablemente a la comprensión de los temas de adición y sustracción de E.A. y su estructura interna. El computador fue utilizado para aprender de él y con él. Lo anterior, debió darse por la relación directa de los estudiantes con la experiencia brindada con los materiales, que propiciaron una construcción subjetiva del conocimiento y la toma de conciencia y autorregulación. Según lo señalado por (Cubero, 2005); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008); (Capllonch, 2005) En los casos desfavorables, contrario a lo afirmado por (Bransford, 2007) los materiales y actividades diseñadas no favorecieron la comprensión ni permitieron desarrollar habilidades necesarias para funcionar efectivamente, en estos estudiantes.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 31. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 4: Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.86.	El 50% expresó que siempre pudieron utilizarlos. El 37,5% que la mayoría de veces si los pudo utilizar. Y el 12,5% expresó que la mayoría de veces no lo lograron	Lo que significa que se procuró que el software utilizado, tuviera un nivel técnico acomodado a las necesidades de los estudiantes frente al trabajo colaborativo y que fuera fácil de mantener, como lo sugiere (Gros, 2008). Algunos estudiantes tuvieron dificultades para utilizar los materiales del computador, debido al mal estado de estos, la falta de conectividad, y fallas técnicas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 32. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 5: Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.87.	EL 45,8% consideró que siempre fue apropiada. El 54,2% que la mayoría de veces si lo fue.	Lo que significa que los estudiantes en general consideraron que la calidad de los videos sobre adición, sustracción, propiedades de polinomios, guía de aprendizaje digital, páginas web, sugeridos fue apropiada. Se buscó que el diseño de estos materiales, no fueran complejos, con el fin de que se favoreciera la comprensión y se vinculara los estudiantes a la investigación y práctica del conocimiento que iban alcanzando y de este modo proponer herramientas que pudieran superar su mal entendimiento. Además, se tuvo en cuenta, que el conocimiento sería construido por la interacción entre la percepción de la realidad de los estudiantes (de su entorno, materiales a su alcance) y sus procesos internos. (Torbay, 1998); (Stone, 1999); (Litwin, 1994)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 33. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 6: El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.88.	El 29,2% consideró que siempre el tiempo fue suficiente. El 45,8% que la mayoría de veces lo fue.	Lo que significa que el 75% de los estudiantes consideró que el tiempo otorgado en las sesiones de clase, fue suficiente para desarrollar las actividades propuestas para su aprendizaje. El tiempo que tuvieron se repartió así: Sesión uno, se dio un tiempo de 145 min (2,4 horas), para consultar la guía, videos, páginas web, practicar actividades de refuerzo, desarrollar la actividad No. 1, y hacer evaluación diagnóstica continua. En la sesión dos, se dio un tiempo de 195 min (3,25 horas), con una dinámica similar a la anterior, en ésta la docente consideró que debía darse más tiempo. Lo anterior se procuró sustentar en lo afirmado por (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (López, 2015).

<p>I.89. El 20,8% consideró que la mayoría de veces el tiempo no fue suficiente. Y sólo un 4,2% consideró que nunca lo fue.</p>	<p>De otro lado, la cuarta parte de los estudiantes consideró que el tiempo dado en las sesiones no fue suficiente. Lo que contrario a lo afirmado por (Calzadilla, 2002); (Collazos & Mendoza, 2006); (Dewey, 1998); (López, 2015), el periodo de tiempo que los grupos tuvieron para integrarse, desarrollar habilidades y hacer reflexiones en favor del aprendizaje, afectó los objetivos o fines esperados y la posible integración de lo aprendido con lo conocido, que fue preparado y ordenado en la unidad didáctica que se diseñó.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 34. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 7: Son claros los objetivos planteados por la docente.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.90.</p>	<p>El 58,3% opinó que siempre fueron claros. El 41,7% que la mayoría de veces lo fueron.</p>	<p>Lo que significa que los estudiantes, en general manifestaron haber tenido claridad de los objetivos propuestos. De modo que la docente tuvo en cuenta su papel como orientadora de la actividad mental de aquellos y al diseñar los objetivos de las sesiones de clase, tuvo en cuenta cuestiones como: ¿Qué era lo que más quería que aprendieran los estudiantes? ¿Qué tareas podía resultar significativas para ellos?, según lo sugerido por (Serrano & Pons, 2011); (Stone, 1999);</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 35. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 8: Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.91.</p>	<p>El 58,3% consideró que siempre lo fueron. El 37,5% que la mayoría de veces si lo fueron. Sólo un 4,2% consideró que nunca fueron suficientes.</p>	<p>Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideraron que la información y herramientas suministradas en las guías de trabajo fueron suficientes para desarrollar las actividades que se propusieron en las sesiones de clase. La docente procuró diseñar las dos guía de aprendizaje, una para cada sesión, de manera que se involucrara a los estudiantes y éstos pudieran ir resolviendo las actividades con la comprensión que iban alcanzando en el estudio de las mismas. De esta manera, las guías se estructuraron, de modo que los</p>

estudiantes pudieran ser capaces de explorar, explicar y evaluarse a sí mismos sobre su proceso de aprendizaje. (Stone, 1999); (Bransford et al. (2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 36. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 9: Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.92.	El 41,7% pensaron que siempre fueron útiles. El 54,2% que la mayoría de veces lo fueron. El 4,2% que nunca lo fueron.	Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideró que las guías constituyeron una actividad mediadora que les permitía, de una manera más autónoma, dar sentido a su contenido y al aprendizaje. Su propósito fue que la comprensión de la adición y sustracción de E.A. surgiera, a medida que los estudiantes ponían en práctica los conocimientos que iban alcanzando y desarrollaran un compromiso reflexivo mediante las tareas que implicaban un desafío realizable. Así mismo, se procuró que las guías estuvieran acorde a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes y que las actividades propuestas en ellas, favorecieran la comprensión, como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Stone, 1999); (González, 2012) ; (Dewey, 1998) ; (Bransford et al. (2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 37. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 10: Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.93.	El 62,5% de los estudiantes indicó que siempre correspondieron. El 37,5% que la mayoría de veces si fue así.	Lo que significa que durante las dos sesiones, los estudiantes confirman haber estado desarrollando actividades en torno al contenido sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones, como tópicos generativos y conocimientos conceptuales y procedimentales. Como instrumento mediador entre las actividades y los conceptos, se propuso el uso del computador (videos sobre adición, sustracción, propiedades de polinomios, guías de aprendizaje digital, páginas web). (Serrano &

Pons, 2011); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008);
(Stone, 1999); (Díaz & Hernández, 2002)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3.4. Pretest y posttest

A continuación se muestran las tablas y gráfica, donde se analizan e interpretan cada una de las ocho preguntas correspondientes al pretest y posttest del AC del grado 802.

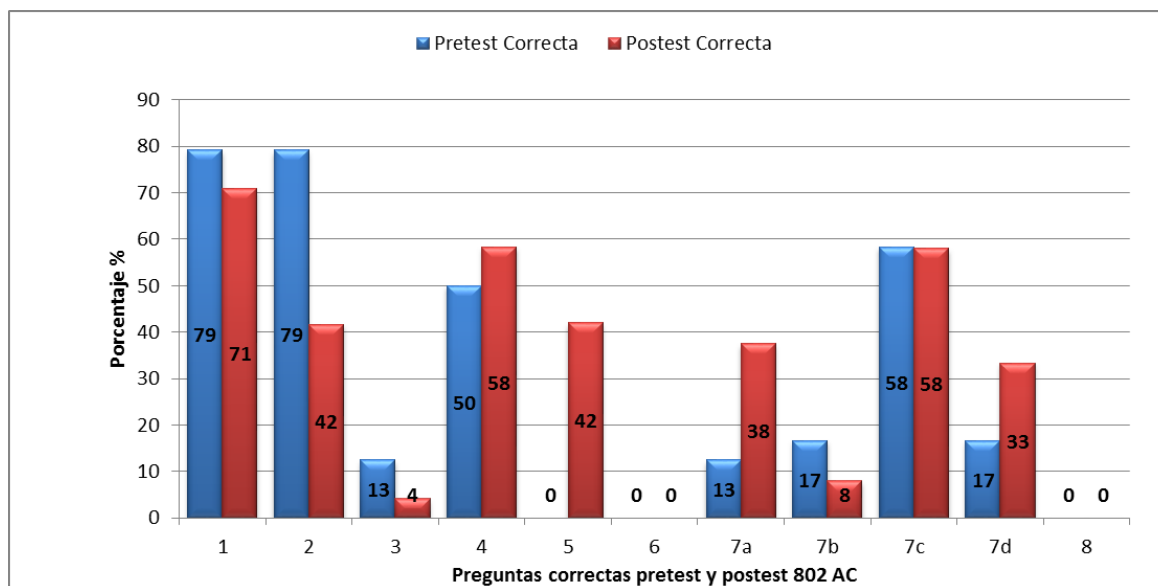


Figura 7. Resultados del pretest y posttest del AC de los estudiantes del grado 802.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 38. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, [Pregunta No. 1](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.94.	El 79% de los estudiantes respondieron acertadamente en el pretest. Mientras un 71% de los mismos estudiantes, acertaron en el posttest.	Lo que significa que hubo una pequeña diferencia desfavorable del 8% entre los resultados del pre y posttest. Es decir, que la comprensión del conocimiento conceptual de la suma de dos polinomios de la forma $P(x) + Q(x)$ dados, luego de la exposición al ambiente AC, no se observó que hubiera sido impactada de manera apreciable.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 39. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 2](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.95.	El 79% de los estudiantes la respondieron correctamente durante el pretest. En el postest el 42% acertó.	Lo que significa que hubo una diferencia desfavorable del 37% entre los resultados obtenidos en el pre y postest. Por tanto, se infiere que la comprensión del conocimiento procedimental, para resolver problemas de perímetro aplicando el concepto de adición de polinomios y la naturaleza relacional de la igualdad para encontrar un resultado equivalente a la suma de los lados de la figura geométrica dada, bajo el ambiente de AC no se impactó positivamente luego de las sesiones de clase con el AC.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 40. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 3](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.96.	El 13% de los estudiantes respondieron apropiadamente en el pretest. En cambio en el postest sólo lo hizo correctamente un 4%	Lo que significa que la diferencia de la comprensión entre el pretest y el postest fue desfavorable en un 9%. Además en ambos test, los estudiantes evidenciaron falta de comprensión en la solución de ejercicios donde dados los polinomios A, B y C, se solicita encontrar el resultado de la expresión $A-B-C$. Se evidenció dificultades en ejercicios que requieren de la sustitución de expresiones algebraicas y posterior aplicación del concepto de sustracción de polinomios, para su solución. Por lo tanto, el AC no impactó favorablemente la comprensión de este tipo de situaciones.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 41. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, [Pregunta No. 4](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.97.	EL 50% de los estudiantes contestaron correctamente esta pregunta en el pretest. Entre tanto, en el posttest un 58% lo hizo.	Lo que significa que la diferencia fue favorable en un 8%, en la comprensión manifestada por los estudiantes en esta pregunta. Por consiguiente, aproximadamente la mitad de los estudiantes no mejoró su comprensión para resolver problemas de suma monomios con áreas de figuras compuestas, mostrando falencias en conceptos como: grado, términos semejantes, adición de monomios; después de la metodología de AC.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 42. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, [Pregunta No. 5](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.98.	El 0% de los estudiantes respondió acertadamente a esta pregunta en el pretest. En el posttest, en cambio, un 42% lo hizo correctamente.	Lo que significa que se dio una diferencia favorable del 42%, en la comprensión de los estudiantes en esta pregunta. De este resultado se deduce que el entorno AC favoreció la comprensión de problemas de modelación polinomiales, con baldosas o algeblock para sumar y restar monomios y polinomios.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 43. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, [Pregunta No. 6](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.99.	El 0% de los estudiantes tanto en el pretest como en el posttest respondieron de manera correcta a esta pregunta.	Lo que significa que los estudiantes en general previamente no tenían comprensión, ni lograron alcanzarla, luego de la metodología AC, sobre la solución de problemas en los que se requería simplificar una sustracción de polinomios dada, aplicando algunas propiedades de anillo y cuerpo, para ese propósito. Algunos estudiantes reconocían el polinomio opuesto o simétrico del sustraendo, pero no la simplificación de términos semejantes, ni tenían en cuenta el grado de los términos, ni del polinomio.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 44. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 7](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.100.	En la pregunta 7a. el 13% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. Mientras en el postest lo logró un 38%.	Lo que significa que la diferencia de la comprensión en este punto fue del 25% a favor de la comprensión de la propiedad de existencia del elemento simétrico de un anillo del polinomio, es decir $x + (-x) = e$, la cual manifestaron, al completar igualdades de expresiones algebraicas que la requerían.
I.101.	En la pregunta 7b. el 17% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. Mientras en el postest sólo el 8% lo logró.	Lo que significa que no hubo diferencia desfavorable del 9%, en la comprensión de este punto por parte de los estudiantes. De modo que en el proceso de trabajo colaborativo, no se favoreció la comprensión de la propiedad del elemento neutro del anillo de polinomios, es decir $x + e = x$
I.102.	En la pregunta 7c. tanto en el pretest como en el postest los estudiantes respondieron en un 58% correctamente este punto.	Lo que significa que no se manifestó diferencia en la comprensión por parte de los estudiantes de la propiedad conmutativa de la adición de polinomios $x + y = x + y$. Es decir, que el ambiente AC, no impactó ni favorable ni desfavorablemente la comprensión del conocimiento conceptual de esta propiedad en los estudiantes.
I.103.	En la pregunta 7d. el 17% de los estudiantes en el pretest respondió correctamente a la pregunta. En tanto que, el 33% en el postest lo hizo.	Lo que significa que se observó una diferencia favorable del 16% en la comprensión de la propiedad asociativa $(x + y) + z = x + (y + z)$. Se concluye que el entorno AC, favoreció la comprensión en algunos casos de esta propiedad de la adición de polinomios.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 45. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 8](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.104.	El 0% de los estudiantes tanto en el pretest como en el postest respondió correctamente a la pregunta	Lo que significa que no se afectó la comprensión de los estudiantes después de la aplicación de la metodología de AC, en cuanto a problemas que requieren expresar en lenguaje algebraico, la operación de

sustracción de dos polinomios dados y calcular su diferencia. Por lo tanto no fue impactada de forma alguna la comprensión de la sustracción entre dos polinomios cuando se expresa de forma verbal por medio de la metodología empleada.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2. Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje basado en problemas ABP en el grado 801

En el siguiente apartado se dan los análisis e interpretaciones de los resultados arrojados al aplicar las evaluaciones que corresponden a la autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje, lo mismo que al pretest y posttest; aplicados a los estudiantes del grado 801 en el ambiente de aprendizaje ABP.

4.2.1. Sesión uno

En este subcapítulo se dan los análisis e interpretaciones del inicio, desarrollo y cierre de la sesión uno del ABP del grado 801. (Anexo A8, pp. 259-267).

4.2.2. Sesión dos

En este subcapítulo se dan los análisis e interpretaciones del inicio, desarrollo y cierre de la sesión dos del ABP del grado 801. (Anexo A8, pp. 268-275).

4.2.3. Evaluación del ABP

4.2.3.1. Autoevaluación

Seguidamente se dan las tablas en las que se analiza e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la autoevaluación del ABP en el grado 801.

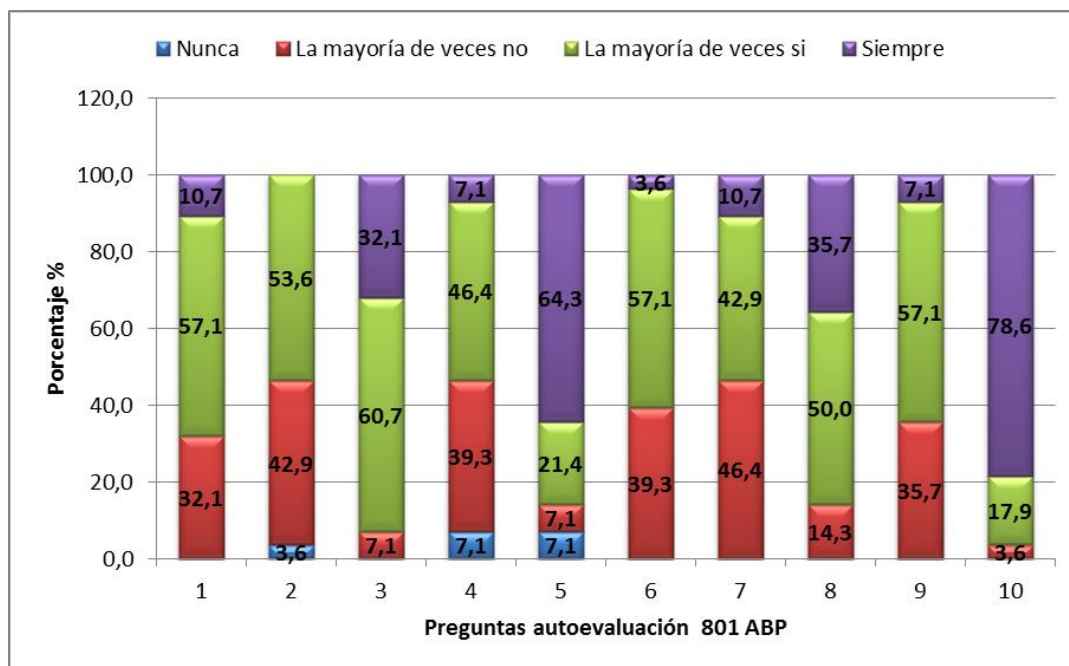


Figura 8. Resultados de la autoevaluación del ABP de los estudiantes del grado 801.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 52. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 1: Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuando realizamos las actividades propuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.151.	El 10,7% de los estudiantes manifestaron poder expresar sus ideas siempre. Otro 57,1% que la mayoría de veces lo pudo hacer.	Lo que significa que según el constructivismo social, el uso del lenguaje, como sistema de signos, permitió transformar las acciones y pensamientos de los estudiantes a partir de su práctica social con otros compañeros. Toda vez que, mediante el lenguaje podían: describir, argumentar, exponer y comunicar sus estados mentales a los otros, con el fin de activar el conocimiento previo y facilitar la adquisición de los nuevos. Lo anterior, se podría dar gracias a los procesos interpsicológicos de los estudiantes, que están mediados por la comunicación efectiva entre dos o más personas. Según lo afirmado por (Cubero, 2015); (Baquero, 1997); (García, & otros, 2008); (Moust, 2007); (Falsetti, 2003).
I.152.	El 32,1% respondió que la mayoría de veces no pudo expresar sus ideas al grupo.	Lo que significa que en los casos que manifestaron no haber podido expresar sus ideas al grupo en la mayoría de veces, podría deberse a la falta de comprensión, evidenciada

al no mostrar capacidad de explicar y justificar métodos para solucionar las actividades a sus compañeros, según (Stone, 1999). Por otro lado, contrario a lo indicado por (Litwin, 2008), el uso del computador, no siempre favoreció aspectos como la comunicación en el trabajo de equipo, al no poderse reconocer los diferentes puntos de vista de sus integrantes.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 53. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 2: Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.153.	El 53,6% de los estudiantes consideraron que la mayoría de veces comprendió y utilizó los conceptos.	Lo que significa que poco más de la mitad de los estudiantes, consideró en sus procesos intrapsicológicos, que logró interiorizar y reconstruir internamente, la mayoría de veces, el conocimiento esperado, lo que permitió que resolvieran problemas sobre perímetro. Lo anterior, se podía evidenciar en su capacidad de explicar, justificar, interpretar, analizar, comparar y proponer métodos para resolver los problemas. La construcción del conocimiento conceptual y procedimental de adición y sustracción de E.A, su estructura interna y aplicaciones, estaría unida a las habilidades activadas por la resolución de problemas particulares; para que a partir de la experiencia y la comprensión de los conceptos y propiedades, los estudiantes pudieran formalizarlos. Como lo señalan (Baquero, 1997); (Stone, 1999); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Bransford, 2007); (Díaz & Hernández, 2002); (Ayres, 2002).
I.154.	El 42,9% manifestó que la mayoría de veces no comprendían los conceptos y no los lograban utilizar, el 3,6%, consideró que nunca lo logró.	Lo que significa que para casi la mitad de los estudiantes, la actividad de resolver problemas, no motivó a interiorizar los conocimientos conceptuales y procedimentales sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y su estructura interna, esperados, en contra de lo afirmado por (Falsetti., 2003). No obstante, las dificultades y errores en el proceso, debieron servir también para aprender. Lo expresado por los estudiantes en este punto, puede deberse a que se

encontraban fuera de su ZDP⁴, y perdieron la relación de los conceptos con la actividad de resolver problemas. Según (Godino, Batanero & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002); (Ayes, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 54. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, de la pregunta No. 3: Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.155.	El 32,1% de los estudiantes consideró que siempre lo hizo. El 60,7% que la mayoría de veces lo hizo y sólo el 7,1% manifestó que la mayoría de veces no participó activamente con su rol.	Lo que significa que al ser el estudiante el centro del constructivismo y de la experiencia de aprendizaje, se requería que los estudiantes asumieran su responsabilidad y fueran sujetos activos para que pudieran ir modificando sus conocimientos. A través del ABP, se buscó desarrollar en ellos, además de otras, habilidades de juicio, de administración de tiempo y de autoaprendizaje, a partir de una postura activa en su aprendizaje y de disciplina. Lo anterior, ligado al desarrollo de condiciones que fueran favorables al aprendizaje, tales como las pautas de comportamiento, las relaciones e interacciones que se dieron entre los estudiantes y los roles establecidos. Como lo aseguran (Serrano & Pons, 2011); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Moust, 2007); (López, 2015).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 55. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 4: Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.156.	El 7,1% de los estudiantes expresaron que siempre discutieron con argumentos, el 46,4 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que el lenguaje y el consenso en el aula, conformaron la socialización de los estudiantes. La manera en que negociaban significados, estuvo mediada por la argumentación, exposición, descripción y el diálogo. Por otra parte, el tipo de tarea de estudio, propuesta a los estudiantes, requería que los estudiantes discutieran en grupos de aprendizaje la resolución de los problemas, se

⁴ ZDP: iniciales de zona de desarrollo próximo.

	explicaran unos a otros, discutieran, comunicaran y aclararan conceptos entre sí. Dentro del ABP, se puede relacionar este aspecto con la etapa soluciónica del mismo. Lo anterior, según lo señalado por (Cubero, 2005); (Moust, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Equipo pedagogía UTP, 2014).
I.157. El 39,3% manifestaron que la mayoría de veces no discuten con argumentos con sus compañeros y un 7,1% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que el clima de aula y las relaciones que se dieron en clase, dificultaron el desarrollo de algunos los integrantes dentro de la clase, y no favorecieron la comunicación relacional esperada entre los alumnos, ni el equilibrio entre sus interacciones y canales de comunicación. Según lo afirmado por (López, 2015); (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 56. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 5: Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observar otras formas de explicar los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.158.	El 64,3% de los estudiantes dicen que siempre lo usaron para este fin, el 21,4% que la mayoría de veces lo hicieron. Sólo un 7.1% considero que la mayoría de veces no y otro 7.1% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que con el uso de TIC (videos explicativos de adición, sustracción de polinomios y aplicaciones, guía de aprendizaje con teoría, ejemplos y actividades de refuerzo, páginas web, con calculadoras, explicaciones, ejercicios interactivos de perímetro, adición de polinomios y propiedades de la adición) se procuró hacer una propuesta de enseñanza, cuya metodología permitirá la comprensión y desarrollo de habilidades para resolver problemas sobre adición y sustracción de E.A., en los estudiantes; es decir el computador se consideró instrumento para aprender, conocer y representar información, que aunque puede ser similar a la dada en un aula de clase, permiten ampliar la capacidad humana para representar, procesar y compartir grandes cantidades de información. Además, el uso computador apoyó la fase investigativa – formativa del ABP, pues esta requería acceder por diferentes medios a la información necesaria para enfrentar las situaciones problémicas, buscando favorecer la autonomía y el protagonismo de los estudiantes. Como lo indican (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, y Onrubia,

2008). En los casos que los estudiantes manifestaron no dar uso a la tecnología, no se dieron las condiciones anteriormente descritas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 57. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 6: Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.159.	El 3,6% consideró que siempre pudo resolverlos, el 57,1 % que la mayoría de veces lo lograba	Lo que significa que al desarrollar conocimientos conceptuales y procedimentales sobre adición y sustracción de E.A., se esperó que los estudiantes dieran sentido a su aprendizaje y a la relación de sus saberes con las nuevas experiencias; una vez que los estudiantes no fueron sólo receptores, sino individuos que seleccionaron e interpretaron la información para darle significado a los problemas, los cuales eran accesibles para ellos y estaban relacionados con los conceptos de adición y sustracción de E.A. El lograr resolver los problemas propuestos, se relacionó con la fase soluciónica del ABP, en la que los estudiantes hacían propuestas de posibles soluciones, a los problemas que requerían solucionar. Lo anterior, se relacionó con desempeños de comprensión, los cuales debían responder a la pregunta ¿Qué podían hacer los estudiantes para desarrollar y demostrar su comprensión?, teniendo en cuenta además, que las dificultades y errores en el proceso, también generaban aprendizaje. Según lo señalado por (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Moust, 2007); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Falsetti, 2003); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002).
I.160.	El 39,3% manifestó que la mayoría de veces no lograban resolver problemas respecto a los temas tratados.	Lo que significa que es posible que los estudiantes que contestaron de forma desfavorable, no llegaron a su zona real de desarrollo con las sesiones realizadas, estaban fuera de su ZDP, por lo que no adquirieron la capacidad de resolver los problemas propuestos sobre adición y sustracción de E.A. y sus aplicaciones, por sí mismos, ni lograron construir conocimiento mediante aquellos, a pesar de que su construcción se hizo de manera que les resultara familiar, es decir,

dentro de un contexto identificable para ellos y en lenguaje sencillo, con figuras geométricas como rectángulos, cuadrados, triángulos, hallar longitudes desconocidas, sumar áreas de figuras compuestas en cuadrados y rectángulos. Una manifestación externa de la falta de comprensión, fue la falta de razonamiento matemático, exactitud y evidenciar que no podían utilizar de manera exitosa los conceptos estudiados en la solución de situaciones problemáticas. Lo anterior, según (Vigotsky, 2009); (Font, 2004); (García & otros, 2008); (Gallardo, 2004); (Boettcher, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 58. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 7: Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.161.	El 10,7% de los estudiantes expresó que siempre comprendieron, el 42,9 % que la mayoría de veces si comprendió.	Lo que significa que poco más de la mitad de los estudiantes, consideró haber logrado interiorizar la forma de sumar y restar E.A. Lo que puede relacionarse con la fase productiva del ABP, pues para poder dar solución a los problemas se requería haber construido conocimiento conceptual y procedimental, los estudiantes debían estar en capacidad de decir, qué conocimientos ya tenían (grado, términos semejantes, polinomio, monomio, igualdad de polinomios, expresiones algebraicas) y cuáles lograron construir (estructura de anillo y cuerpo con respecto a la operación de adición, propiedades asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro y simétrico, métodos de adición y sustracción: vertical y horizontal). Por otra parte, el aprendizaje de las matemáticas, se consideró a la vez, inseparable de la actividad de resolver problemas y tareas particulares, o sea, que la experiencia y comprensión de los conceptos y propiedades, debían ser anteriores a la interpretación y su formalización y abstracción (razonamiento matemático). Según lo mencionado por (Baquero, 1997); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002); (Ayes, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez et al., 2013).

<p>I.162. El 46,4% confirmó que la mayoría de veces no logró comprender.</p>	<p>Lo que significa que desde una concepción idealista, si los estudiantes no adquirían las estructuras internas fundamentales de la adición y sustracción de E.A., sería más difícil que aplicaran estos conceptos en la solución de situaciones problemáticas. Además, resultaba relevante, reconocer que los estudiantes desarrollaban su experiencia en cada nivel del contenido y el aprendizaje lo individualizaban, según sus necesidades y prioridades. Según lo afirmado por (Godino, Batanero & Font, 2003); (Boettcher, 2007); (Ayres, 2003).</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 59. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 8: Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.163.</p>	<p>El 35,7% de los estudiantes declararon que siempre lo consiguieron, el 50% que la mayoría de las veces fue así. Sólo un 14,3% manifestó que no trabajó en equipo la mayoría de veces.</p>	<p>Lo que significa que desde el constructivismo social, los estudiantes construían significados primero a un nivel intermental, para luego lograrlo a nivel intrapsicológico. Lo que concuerda con que la naturaleza de los procesos psicológicos de los estudiantes, fue esencialmente social, para luego construir lo individual. Además, el trabajo en equipo debía permitir que la mayoría de estudiantes, con la ayuda de otros, lograran pasar de su zona potencial a su zona real de desarrollo. Lo anterior, mediante la tarea de estudio, que fue la aplicada para el ambiente ABP, la cual debía discutirse en grupos de aprendizaje, para la activación de los saberes previos, se requería hacer énfasis en la discusión y la explicación de unos a otros para aclarar conceptos entre ellos. Lo anterior según lo afirmado por (Serrano & Pons, 2011);(Cubero, 2005); (Vigotsky, 2009); (García & otros, 2008); (Falsetti, 2003). Unos pocos casos no encontraron en el trabajo en equipo un apoyo para resolver problemas en menor tiempo y no les resultó más sencillo.</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 60. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 9: Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.164.	El 7,1% de los estudiantes aseguraron siempre tenerlos, el 57,1% que la mayoría de veces si los tuvieron. El 35,7% señaló que la mayoría de veces no les resultó claro.	Lo que significa que la participación activa del estudiante, debía evidenciarse en su interés por los problemas propuestos sobre los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas. Al momento de enfrentar los problemas se debían observar diferentes procesos, los cuales se resumían en cuatro fases: problémica, investigativa-formativa, soluciona y productiva. En los casos que consideran que no se dio el conocimiento de los pasos para resolver problemas, pudo estar vinculado a la falta de motivación o necesidad de los estudiantes por dar solución a las cuestiones propuestas o estas no promovían un entendimiento claro y profundo de las situaciones tratadas. Según lo afirmado por (Moust, 2007); (Escribano & Del Valle, 2015).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 61. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 10: Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.165.	El 78,6% de los estudiantes indicó que siempre lo hizo, el 17,9% que casi siempre lo hizo. Sólo un 3,6% manifestó que no valoraba los aportes de sus compañeros la mayoría de veces.	Lo que significa que la mayoría de estudiantes, reconoció que podía construir conocimiento tanto conceptual como procedimental, a partir de la interacción intencional y la negociación de significados con sus compañeros, utilizando como medio principal el lenguaje, tanto para relacionarse con los demás como consigo mismos. De modo que, las situaciones debían discutirse en grupo de trabajo, para explicar los unos a los otros y aclarar conceptos entre sí. Según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (García & otros, 2008); (Falsetti, 2003); (Dewey, 1998); (López, 2015); (Díaz & Hernández, 2002). En el caso que manifestó no valorar los aportes de sus compañeros, es probable que no se favoreciera su ZDP a falta de madurar sus funciones con ayuda de otros. (Vigotsky, 2009).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3.2. Coevaluación

En el siguiente apartado se muestran las tablas en las cuales se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas pertenecientes a la coevaluación del ABP del grado 801.

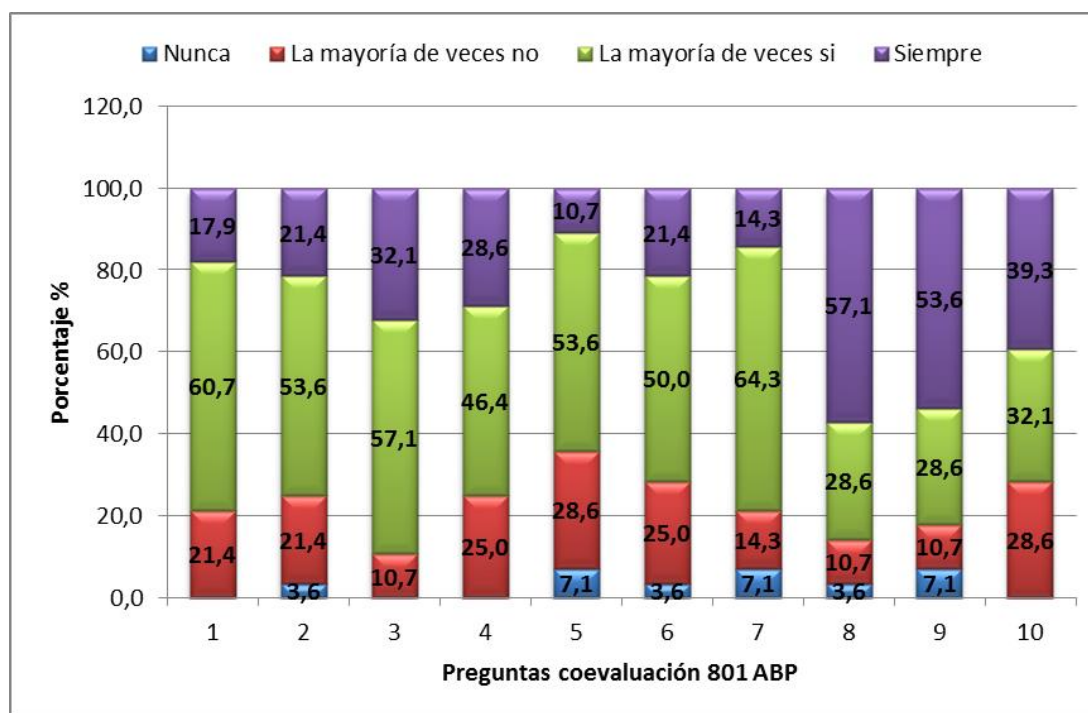


Figura 9. Resultados de la coevaluación del ABP de los estudiantes de grado 801.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 62. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 1: Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.166.	El 17,9% de los estudiantes contestaron que sus compañeros siempre buscaron solución, entre tanto 60,7% de ellos, que la mayoría de veces si lo hacían.	Lo que significa que la mayoría de los estudiantes opinaron que su compañero fue sujeto activo en la construcción del conocimiento, lo que podían observar cuando compartía y explicaba lo que había aprendido al grupo, utilizando su lenguaje para comunicar a los otros sus estados mentales y transmitir información. Para lo anterior, los problemas propuestos debían estar relacionados con la realidad y llamar la atención de sus compañeros y así logran

		darles solución. Como lo señalan (Serrano & Pons, 2011); (Moust, 2007); (Cubero, 2005); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Escribano & Del Valle, 2015); (Dewey, 1998).
I.167.	El 21,4% afirma que sus compañeros la mayoría de veces lo hacían	Lo que significa que algunos estudiantes no evidenciaron en su compañero, participación y contribuciones significativas al proceso de grupo, ni habilidades interpersonales, la mayoría de las veces. Lo que pudo deberse a falta de comprensión, o no lograban emplear su conocimiento de manera espontánea en las situaciones que lo requerían. Como lo sugieren (Escribano & Del Valle, 2015); (Gallardo, 2004).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 63. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 2: Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.168.	El 21,4% consideró que su compañero(a) siempre mostró comprensión al resolver las actividades. El 53,6% que la mayoría de veces sí lo hizo	Lo que significa que los estudiantes pudieron observar comprensión en su compañero, en la fase del ABP denominada soluciónica, en la cual debía proponer soluciones posibles a los problemas, luego de haber construido conocimiento conceptual sobre adición y sustracción de E.A., para resolverlos. Además, un estudiante podía reconocer en otro comprensión a través de su desempeño, es decir, si podía actuar con flexibilidad a partir de lo que sabía y mostrar capacidad para explicar, justificar, vincular y aplicar métodos no solo rutinarios. (Equipo Pedagogía UTP, 2004); (Stone, 1999); (Díaz & Hernández, 2002).
I.169.	El 21,4% consideró que su compañero(a) la mayoría de veces no mostró comprensión al resolver las actividades. El 3,6% que nunca lo hizo	Lo que significa que los estudiantes no evidenciaron en su compañero, comprensión de los conceptos de adición y sustracción de E.A. y propiedades de la adición de polinomios, al observar que no interpretaba ni utilizaba la formalización de estos en la resolución de problemas y tareas particulares. Como lo sugiere (Godino, Batanero & Font, 2003); (Ayres, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 64. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 3: Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.170.	El 32,1% de los estudiantes afirmó que siempre su compañero las aceptaba. Un 57,1% que la mayoría de veces sí lo hizo. Solo un 10,7% afirmó que su compañero la mayoría de veces no aceptó críticas.	Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideran que su compañero aceptó críticas y sugerencias. Lo que desde el constructivismo social, debía favorecer la construcción del conocimiento al darse interacción con los otros, y ésta daría lugar a procesos interpsicológicos de apropiación en el estudiante, como lo son las estrategias de resolución de problemas sobre adición y sustracción de E.A. Según lo afirmado por (Torbay, 1998); (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (López, 2015). Pocos estudiantes, consideraron que su compañero no permitió comunicar diferentes puntos de vista, por lo que no evidenció aceptar críticas y sugerencias, lo que podía evitar que se diera sentido a la experiencia de aprendizaje. Según (Dewey, 1998).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 65. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 4: Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.171.	El 28,6% de los estudiantes expresó que su compañero siempre argumenta. El 46,4% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que la mayor parte de los estudiantes, consideró que su compañero desarrolló habilidades de comunicación en la resolución de problemas sobre área de figuras compuestas y perímetro relacionados con adición y sustracción de expresiones algebraicas, los cuales debían estar planteados en lenguaje sencillo, es decir con figuras geométricas como rectángulos, cuadrados, triángulos, hallar longitudes desconocidas, sumar áreas de figuras compuestas, de manera que pudiera dar una explicación, discutirlo y proponer sus soluciones tentativas. Lo anterior, permitía que se negociaran significados, y la argumentación representó una forma dialogal de lograrlo. Como lo afirman (Font, 2004); (García & otros, 2008); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Cubero, 2005); (Godino, Batanero, & Font, 2003).

I.172.	El 25% consideró que su compañero la mayoría de veces no argumentaba.	Lo que significa que la cuarta parte del grupo opinó que la mayoría de veces, su compañero no argumentaba la posible solución de los problemas sobre perímetro y área usando adición y sustracción de expresiones algebraicas, lo que pudo deberse a la falta de comprensión, reflejada en no tener la capacidad para explicar, justificar y extrapolar. De acuerdo a lo sugerido por (Stone, 1999);
------------------------	-----------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 66. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 5: Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.173.	El 10,7% de los estudiantes manifestó que su compañero siempre propuso utilizarlas. El 53,6% la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que su compañero utilizó el conocimiento conceptual adquirido de las propiedades de la adición de E.A, para resolver las situaciones problemáticas propuestas, e intentaba establecer relaciones significativas entre el conocimiento y habilidades previas (definiciones de grado, términos semejantes, polinomio, monomio, expresiones algebraicas, polinomio opuesto), con las alcanzadas después de las sesiones de clase (adición y sustracción de expresiones algebraicas por métodos vertical y horizontal, propiedades del anillo: conmutativa, asociativa, elemento neutro y elemento simétrico). Lo anterior, se ubica en la fase soluciónica del ABP. Según (Moust, 2007); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Ayes, 2003); (Díaz & Hernández, 2002)
I.174.	El 28,6% manifestó que su compañero la mayoría de veces no propuso utilizarlas. Sólo un 7,1% consideró que nunca lo hizo.	Lo que significa que cerca de la tercera parte de los estudiantes, no observó en su compañero acciones para intentar aplicar las propiedades de la adición de E.A., en la solución de situaciones problemáticas, lo que podía indicar que carecía del conocimiento matemático de las mismas y por ende de su comprensión. Desde una concepción idealista del aprendizaje de las matemáticas, el estudiante sin un buen fundamento matemático, no podría haber aplicado las propiedades de la adición para resolver los problemas propuestos. (Gallardo, 2004); (Ayes, 2003); (Godino, Batanero & Font, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 67. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 6: Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.175.	El 21,4% de los estudiantes señaló que su compañero siempre se hizo entender. El 50% que la mayoría de veces lo logró. Mientras un 25% consideró que su compañero no se hizo entender la mayoría de veces y el 3,6% que nunca lo logró.	Lo que significa que a través del lenguaje, como modelo de comunicación, los estudiantes podían comprender o no, las representaciones de la realidad de su compañero, o lo que es equivalente sus estados mentales, en cuanto a la comprensión de las situaciones estudiadas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y su estructura interna. La comunicación efectiva con su compañero constituyó parte de las funciones intersubjetivas, para la apropiación de por ejemplo, estrategias de solución de problemas. Según (Cubero, 2005); (Ayres, 2003). En aquellos que consideraron que no era comprensible cuando expresaba sus ideas o puntos de vista de su experiencia, es posible se evidenciara el desarrollo aún de la capacidad para comunicar información matemática cuando era preciso, como lo sugieren (Godino, Batanero & Font, 2003); (Dewey, 1998).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 68. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 7: Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.176.	El 14,3% de los estudiantes consideró que su compañero utilizó los conceptos en la solución de problemas. El 64,3% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que su compañero, utilizó el contenido como mediador entre él y la actividad de resolver problemas sobre área y perímetro, para la construcción de su conocimiento. Para lo anterior, fue necesario, que los problemas estuvieran relacionados con conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, familiares al estudiante, para que pudiera complementarlos con los nuevos y utilizar su comprensión en la solución exitosa de los problemas. Lo descrito se puede vincular a las fases soluciónica y productiva del ABP. Además de relacionarse

	con la perspectiva de ambiente de aprendizaje centrado en el conocimiento. Según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (García & otros, 2008); (Equipo de Pedagogía UTP, 2014); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Ayres, 2003).
I.177. El 14,3% que la mayoría de veces su compañero no lo hizo y un 7,1% que nunca lo hizo	Por otra parte, en los casos desfavorables a esta pregunta, pudo suceder que faltó construcción de conocimiento conceptual y procedimental del estudiante; faltó mayor interacción entre sus procesos internos y los problemas propuestos. Además de lo anterior, es probable que estos estudiantes no hayan alcanzado su zona real de desarrollo o más aún estén fuera de su ZDP. No obstante, de las dificultades y errores presentados, también se debía generar aprendizaje. De acuerdo a lo sugerido por (Torbay, 1998); (Vigotsky, 1999); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Boettcher, 2007); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 69. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 8: Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.178.	El 57,1% consideró que su compañero siempre cumplió con su rol. El 28,6% que la mayoría de veces si lo cumplió. Mientras el 10,7% consideró que la mayoría de veces no lo cumplió. Sólo el 3,6% que nunca lo hizo.	Lo que significa que desde cada uno de sus roles, los estudiantes evaluaron en su compañero el cumplimiento de su papel dentro del grupo, en aras de discutir y producir soluciones tentativas a los problemas planteados sobre adición y sustracción de E.A. Además, debieron considerar el comportamiento y tipo de relación que desarrolló en el ambiente de aprendizaje del aula; así como las interacciones que se produjeron con el compañero, desde los roles que se establecieron. De acuerdo a lo sugerido por (García & otros, 2008); (López, 2015)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 70. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 9: Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
-----	----------	------------------

<p>I.179. El 53,6% afirmó que su compañero siempre utilizó el computador como apoyo. El 28,6% que la mayoría de veces lo hizo.</p>	<p>Lo que significa que luego del análisis de los problemas planteados, los estudiantes pudieron ver que su compañero fue desarrollando los objetivos de aprendizaje al utilizar el computador y los recursos brindados como: videos explicativos de adición, sustracción, propiedades de la adición de polinomios y problemas de perímetro, páginas web con calculadoras de polinomios, problemas interactivos sobre perímetro, guía de aprendizaje digital, documentos sobre el tema. Su utilización se dio en la fase investigativa – formativa del ABP, con el fin de que el estudiante tuviera acceso a ejemplos, demostraciones, páginas interactivas, explicaciones, en favor de una comprensión positiva, operativa, epistemológica y fenomenológica. El computador fue entonces utilizado por el estudiante como un medio para aprender de él y con él. Según (Moust, 2007); (Equipo Pedagogía, 2014); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Capllonch, 2005); (Coll, Mauri & Onrubia, 2008); (Gallardo, 2004).</p>
<p>I.180. El 10,7% afirmó que la mayoría de veces su compañero no utilizó el computador como apoyo. El 7,1% que nunca lo hizo.</p>	<p>En unos pocos casos consideraron que su compañero, contrario a lo sugerido por, (Capllonch, 2005); (Coll & Monereo, 2008), no utilizó el computador como instrumento para aprender, pensar, conocer, representar los conocimientos esperados.</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 71. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 10: Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.181.</p>	<p>El 39,3% de los estudiantes consideró que su compañero siempre mostró actitud de colaboración y apoyo. El 32,1% que la mayoría de veces lo hizo.</p>	<p>Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideró que su compañero interactuó de forma intencional con el grupo favoreciendo la construcción de significados. A través del lenguaje, pudo mediar la relación con los demás y consigo mismo. La tarea de estudio propuesta a los estudiantes, requería de la discusión en grupo, explicar lo aprendido y aclarar conceptos al resto de los miembros del mismo. Desde el punto de vista de la educación, el estudiante debió compartir las actividades del grupo de manera que sintiera su éxito y su fracaso. Como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Torbay, 1998);</p>

	(Cubero, 2005); (Moust, 2007); (Feinberg & Torres, 2004).
I.182. El 28,6% consideró que su compañero la mayoría de veces no mostró actitud de colaboración y apoyo.	Un porcentaje cercano a la tercera parte de estudiantes, consideró que su compañero, contrario a lo indicado por (Litwin, 2008), pese a la presencia de la tecnología, no mostró trabajo en equipo, ni apoyo y colaboración al grupo, ni reconoció los puntos de vistas diferentes de los otros.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3.3. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje

En este subcapítulo se brindan las tablas en las cuales se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la evaluación a la docente y del ambiente ABP del grado 801.

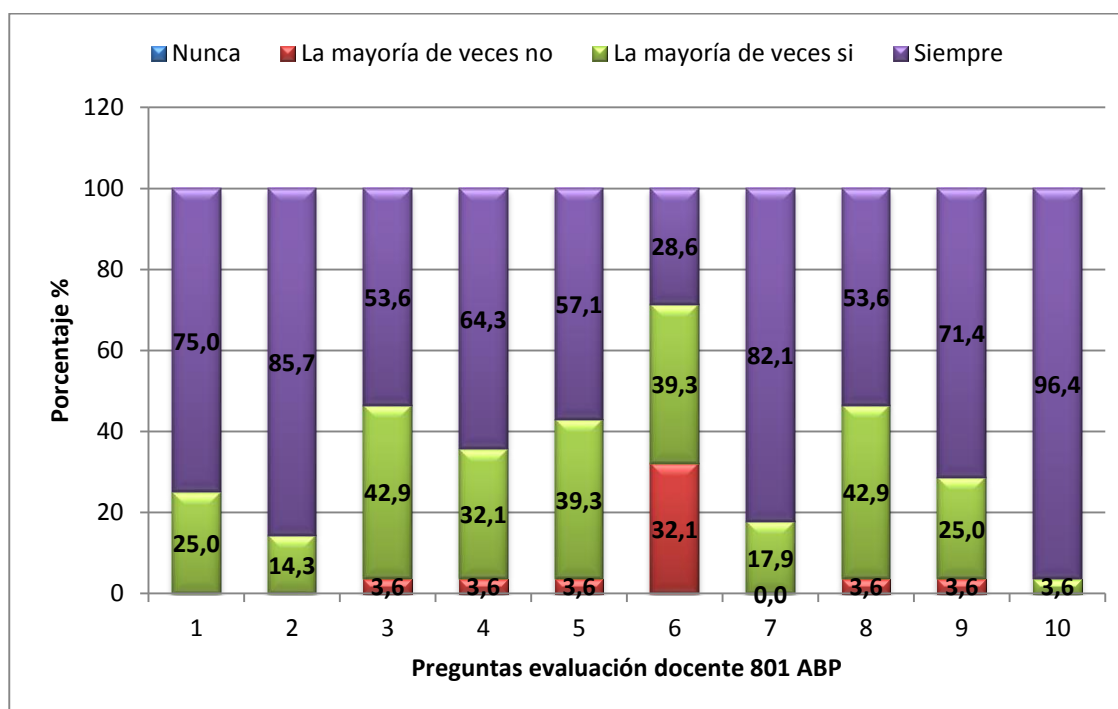


Figura 10. Resultados de la evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en el ABP.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 72. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 1: La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.183.	El 75% consideró que la docente siempre dio solución a las dudas. El 25% que la mayoría de veces sí lo hizo.	Lo que significa que la docente no sólo debía entregar conocimiento a los estudiantes, sino darles su apoyo en la construcción de este y su

significado, mediante procesos de interacción y negociación. No obstante, la profesora fue una guía en el aprendizaje de los estudiantes, aunque debía permitirles aprender de la manera más autónoma e independiente que les fuera posible. La docente trató que en el ambiente de clase se diera una comunicación relacional con los estudiantes, para así favorecer los objetivos de aprendizaje propuestos. Además se tuvo en cuenta, que al estar centrado el proceso en los estudiantes, debía tenerse en cuenta su manera de expresarse, pues esta sería la base de su futuro aprendizaje. Según lo sugerido por (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (González, 2012); (Falsetti, 2003); (López, 2015); (Bransford et al., 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 73. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 2: La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.184.	El 85,7% de los estudiantes manifestaron que siempre fueron adecuadas. El 14,3% que la mayoría de veces lo fueron.	Lo que significa que se dio importancia al desarrollo del entorno de la clase, el cual debía favorecer la comodidad de los grupos, posibilitar y estimular a los estudiantes para obtener mejores resultados en su proceso de aprendizaje. El uso de las TIC (videos explicativos de adición, sustracción, propiedades de la adición de polinomios y problemas de perímetro, páginas web con calculadoras de polinomios, problemas interactivos sobre perímetro, guía de aprendizaje digital, documentos en PDF y Word sobre el tema), en el entorno de aprendizaje, funcionó como instrumento mediador entre los estudiantes y el contenido de aprendizaje, buscando favorecer la autonomía y el protagonismo del estudiante, al tener una relación más activa con la información y pudiera darse la adaptación a distintos ritmos de aprendizaje. Además, se debía exhortar a los estudiantes a que se hicieran conscientes de la manera como aprendían y qué materiales funcionaban para ellos. Como lo señalan (Rodríguez & Escofet, 2006); (Dewey, 1998); (Coll, Mauri &

Onrubia, 2008); (Boettcher, 2007); (Litwin, 1994).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 74. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 3: Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.185.	El 53,6% opinó que siempre fueron suficientes los materiales. El 42,9% que la mayoría de veces lo fueron. Un 3,6% opinó que la mayoría de veces no fueron suficientes los materiales.	Lo que significa que se buscó la interacción entre los conceptos abstractos de adición y sustracción de expresiones algebraicas y la experiencia de los estudiantes, esperado que se diera el conocimiento. Una cuestión tenida en cuenta al seleccionar los materiales para la sesión de clase fue ¿Qué tipo de ayudas adicionales podían necesitar los estudiantes para progresar en su aprendizaje de una manera más autónoma? Una vez establecidos los objetivos de aprendizaje, los conocimientos conceptuales y procedimentales, los estudiantes conocieron los problemas que debían resolver, debían utilizar recursos como internet, videos, guía de aprendizaje digital en PDF, documentos en PDF y Word, con ejemplos y explicaciones, para ir desarrollándolos. Por lo tanto, con el apoyo de TIC, se esperó que los materiales fueran autosuficientes y se diera el aprendizaje autónomo. En algunos casos, lo anterior no se dio. (Cubero, 2005); (Escribano & Del Valle, 2015); (Moust, 2007); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Dewey, 1998); (Coll, Mauri & Onrubia, 2008); (Ayres, 2003); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 75. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 4: Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.186.	El 64,3% expresó que siempre pudieron utilizarlos. El 32,1% que la mayoría de veces si los pudo utilizar. Mientras un 3,6% expresó que la mayoría de veces no lo lograron	Lo que significa que para diseñar el ambiente propuesto se tuvo en cuenta la cuestión: ¿Qué dificultades podrían encontrarse los estudiantes?. (Moust, 2007). Pese a que en la institución educativa se presentan normalmente dificultades de conexión por la

ubicación del municipio, los estudiantes en su mayoría manifestaron haber podido utilizar los recursos tecnológicos sin mayor dificultad. Además los videos y guías de aprendizaje se encontraban en una carpeta para evitar la situación descrita anteriormente.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 76. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 5: Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.187.	El 57,1% consideró que siempre fue apropiada su calidad. El 39,3% que la mayoría de veces si lo fue. Solo el 3,6% manifestó que la mayoría de veces no lo fue.	Lo que significa que en general los estudiantes consideraron que la calidad de las herramientas brindadas fue adecuada. Las actividades y guías digitales, fueron diseñadas para que se involucraran los estudiantes y pusieran en práctica la comprensión que iban alcanzando. Se buscó ofrecerles una mejor manera de enseñanza de los contenidos conceptuales sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades, para su posterior aplicación en la resolución de problemas. Se aprovechó el impacto de las nuevas tecnologías para verificar el alcance de lo descrito. Según (Stone, 1999); (Litwin, 1994); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 77. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 6: El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.188.	El 28,6% consideró que siempre el tiempo fue suficiente. El 39,3% que la mayoría de veces lo fue.	Lo que significa que más de la mitad de los estudiantes consideró el tiempo dado, como suficiente para alcanzar los objetivos propuestos. Una característica del ABP, es que estuvo centrado en el alumno, por lo que se buscó el desarrollo en habilidades como por ejemplo la administración de tiempo, el cual junto con el espacio, hicieron parte del ambiente de aprendizaje, que fue el escenario donde se desarrollaron condiciones favorables de aprendizaje. Como lo señalan (Hidalgo & otros, 2004); (Pazmiño & Flórez, 2011); (López, 2015); (Dewey, 1998).

I.189.	El 32,1% consideró que la mayoría de veces el tiempo no fue suficiente.	Poco más de un tercio de los estudiantes, no consideró suficiente el tiempo de las sesiones para resolver las actividades propuestas. Lo que puede significar que en las variaciones que se debían tener para el diseño del ABP, la que depende del tiempo considerado disponible, debía ser mayor en estos casos, dadas las características de estos estudiantes y la sucesión temporal que para ellos requería la terminación de las actividades. Lo anterior según lo indicado por (Hidalgo & otros, 2004); (Dewey, 1998).
------------------------	-------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 78. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 7: Son claros los objetivos planteados por la docente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.190.	El 82,1% opinó que siempre fueron claros. El 17,9% que la mayoría de veces lo fueron.	Lo que significa que los estudiantes manifestaron haber tenido claros los objetivos de las sesiones, lo que favorecería que fueran consientes de la responsabilidad de trabajar desde el enfoque del ABP. En el diseño de los objetivos, se tuvo en cuenta cuestiones como: ¿Qué era lo que más se quería que aprendieran los estudiantes? ¿Cómo podrían abordar mejor el tema? ¿Cómo se facilitaría el progreso de los estudiantes? Los objetivos a su vez fueron dirigidos por las metas de comprensión, y los tópicos generativos que se esperaban desarrollar. Como lo sugieren (Escribano & Del Valle, 2015); (Stone, 1999); (Moust, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 79. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 8: Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.191.	El 53,6% consideró que siempre lo fueron. El 42,9% que la mayoría de veces si lo fueron. Sólo un 3,6% consideró que la mayoría de veces no fueron suficientes nunca fueron suficientes.	Lo que significa que en general los estudiantes reconocieron que las guías de aprendizaje, fueron suficientes para dar solución a los problemas planteados. El contenido, desarrollado en las guías (conceptos previos, grado, términos semejantes, igualdad de polinomios, expresiones algebraicas, conceptos nuevos, adición y sustracción de expresiones algebraicas, propiedades de la

adición, métodos para sumar y restar E.A., aplicaciones), sirvió como mediador entre las actividades y los estudiantes; este debía ser conforme a los problemas propuestos para que pudieran resolverlos y de un nivel adecuado a los estudiantes. Las guías se desarrollaron desde quien debía aprender, de manera ordenada, que se permitiera la progresiva terminación del proceso, teniendo en cuenta que la actividad de resolver problemas necesitaba de ofrecer conocimientos bien organizados. Como lo afirman (Serrano & Pons, 2011); (Escribano & Del Valle); (Moust, 2007); (Dewey, 1998); (Bransford et al., 2007); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez et al., 2013).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 80. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 9: Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.192.	El 71,4% pensaron que siempre fueron útiles. El 25% que la mayoría de veces lo fueron. El 3,6% que nunca lo fueron.	Lo que significa que las guías de aprendizaje, constituyeron un puente entre los estudiantes y el conocimiento, para que llegaran a éste de la manera más autónoma posible. El uso de guías, para consultar información y procedimientos que debían comprender los estudiantes, para enfrentar los problemas propuestos, se relacionó con las fases investigativa – formativa y soluciona del ABP. Para que se diera la comprensión de las guías, debían darse además acciones como: explicar, interpretar, analizar, relacionar, comparar, en torno a ellas. Su función, fue la de orientar y apoyar el proceso de aprendizaje, con el fin de que los estudiantes reflexionaran sobre cómo aprender y qué materiales funcionaban mejor para ellos. Se apoyó la guía en el uso del computador con: videos explicativos de adición, sustracción, propiedades de la adición de polinomios y problemas de perímetro, páginas web con calculadoras de polinomios, problemas interactivos sobre perímetro, guía de aprendizaje digital, documentos en PDF y Word sobre el tema, esperando generar un

impacto positivo en la comprensión de la adición y sustracción de E.A. Según (González, 2012); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Dewey, 1998); (Coll & Monereo, 2008); (Boettcher, 2007); (Bransford et al., 2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 81. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 10: Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.193.	El 96,4% de los estudiantes indicó que siempre correspondieron. El 3,6% que la mayoría de veces si fue así.	Lo que significa que los estudiantes reconocieron que el contenido de las tareas, denominada en el ABP, tareas de estudio, estaba relacionado con el tema determinado, adición y sustracción de E.A, lo que podía facilitar la adquisición de nuevos conocimientos (estructura de anillo y cuerpo con respecto a la operación de adición, propiedades asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro y simétrico, métodos de adición y sustracción: vertical y horizontal) y activar los que ya poseían (grado, términos semejantes, polinomio, monomio, igualdad de polinomios, expresiones algebraicas), haciendo las actividades realmente significativas y orientadas a las metas de comprensión de las clases. Además, que las actividades correspondieran a los temas propuestos, permitían que los estudiantes fueran poniendo en práctica los conocimientos que iban comprendiendo y fueran construyendo la formalización del conocimiento matemático. Como lo señalan (Serrano & Pons, 2011); (García & otros, 2008); (Stone, 1999); (Godino & otros, 2003); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez et al., 2013).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3.4. Pretest y postest

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las ocho preguntas correspondientes al pretest y postest del ABP del grado 801.

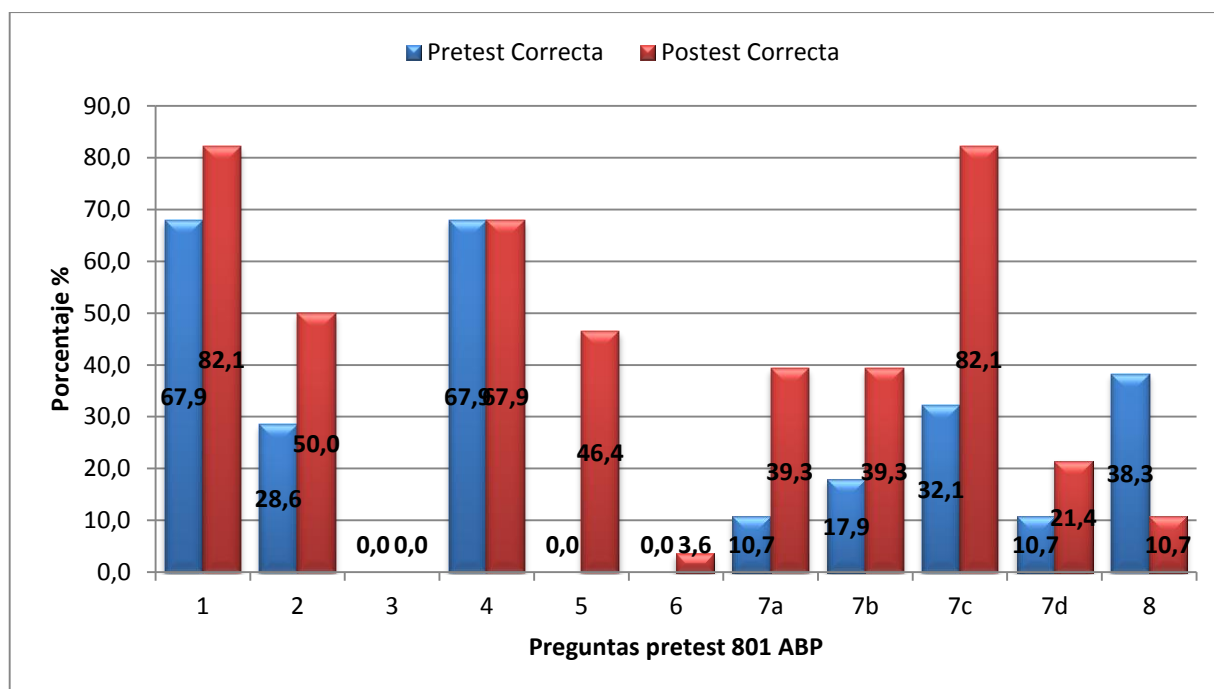


Figura 11. Resultados del pretest y del posttest en el ABP de los estudiantes del grado 801.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 82. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 1](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.194.	El 67,9% de los estudiantes respondieron acertadamente en el pretest. Mientras un 82,1% de ellos, acertaron en el posttest.	Lo que significa que el resultado del posttest incrementó en un 14,2%, con respecto al pretest. Es decir, que la comprensión para resolver problemas con funciones de polinomios dados de la forma $P(x)$ y $Q(x)$, para hallar la suma $P(x) + Q(x)$, presentó una mejoría, luego de la exposición al ambiente ABP.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 83. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 2](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.195.	El 28,6% de los estudiantes la respondieron correctamente durante el pretest. En el posttest el 50% acertó.	Lo que significa que mejoró en un 21,4% el desempeño de los estudiantes para resolver problemas relacionados con perímetro como aplicación del concepto de adición de polinomios, bajo el ambiente de ABP, es decir se afectó la comprensión positivamente.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 84. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 3](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.196.	El 0% de los estudiantes respondieron apropiadamente tanto en el pretest como en el posttest.	Lo que significa que no hubo diferencia en la manifestación de comprensión entre el pretest y el posttest; en ambos casos, los estudiantes mostraron falta de comprensión en problemas de sustracción de polinomios, donde dados los polinomios A, B y C, se pide determinar el polinomio que resulta de la expresión $A - B - C$. Por lo tanto, el ABP no tuvo efecto alguno en la comprensión de este tipo de situaciones problemáticas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 85. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 4](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.197.	EL 67,9% de los estudiantes contestaron correctamente esta pregunta, tanto en el pretest como en el posttest.	Lo que significa que el resultado no varió desde la aplicación del pretest a la del posttest. Por consiguiente, la comprensión de los estudiantes de problemas para calcular el área de figuras compuestas, utilizando expresiones algebraicas, puede decirse que no fue impactada ni positiva ni negativamente, después de la metodología de ABP.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 86. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 5](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.198.	El 0% de los estudiantes respondió acertadamente a esta pregunta en el pretest. En el posttest un 46,4% lo hizo correctamente.	Lo que significa que hubo una diferencia favorable de casi la mitad de los estudiantes, en su comprensión sobre problemas de modelación con algeblock para sumar y restar polinomios, luego de haber estado expuestos al ambiente ABP; al inicio ningún estudiante comprendía la situación y después de la experiencia, muy cerca de la mitad del grupo mostró apropiación del conocimiento.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 87: análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 6](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.199.	El 0% de los estudiantes contestó correctamente en el pretest. Sólo un 3,6% en el posttest respondieron correctamente.	Lo que significa que un pequeño porcentaje de estudiantes, luego de estar bajo el ambiente ABP, adquirió la competencia para resolver problemas que requieren simplificar la sustracción entre dos polinomios, mediante el uso de propiedades. Por lo tanto, se considera que no se impactó la comprensión de este tipo de situaciones en los estudiantes.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 88. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 7](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.200.	En la pregunta 7a. el 10,7% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. Mientras en el posttest lo logró un 39,3%.	Lo que significa que se encontró una diferencia favorable del 28,6% entre el pretest y el posttest, en la comprensión de los estudiantes, de la propiedad de existencia del inverso aditivo en un polinomio después de estar bajo un ambiente ABP,
I.201.	En la pregunta 7b. el 17,9% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. En el posttest lo logró un 39,3%.	Lo que significa que hubo diferencia entre la aplicación del pretest y del posttest, del 21,4%, en favor de la comprensión de problemas que requieren la propiedad de existencia del elemento neutro en polinomios, posterior a la aplicación del ambiente ABP.
I.202.	En la pregunta 7c. El 32,1% respondió adecuadamente en el pretest. El 82,1% lo hizo correctamente en el posttest	Lo que significa que se observó una diferencia del 50% en favor de la comprensión de la aplicación de la propiedad conmutativa en problemas de completación de expresiones algebraicas, luego de que los estudiantes tuvieran la experiencia ABP.
I.203.	En la pregunta 7d. el 10,7% de los estudiantes en el pretest respondió correctamente a la pregunta. El 21,4% lo hizo en el posttest.	Lo que significa que se dio una diferencia favorable del 10,7%, en la comprensión de la propiedad asociativa por parte de los estudiantes. Por lo que se infiere que el entorno ABP, generó impacto en algunos estudiantes en su comprensión de problemas de completación con esta propiedad.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 89. Análisis e interpretación, pretest y postest del ABP, [Pregunta No. 8](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.204.	El 0% de los estudiantes respondió en el pretest acertadamente. En el postest un 10,7% lo hizo.	Lo que significa hubo una diferencia en la comprensión de los estudiantes, del 10,7% a favor, Sobre a problemas que requieren convertir e interpretar el lenguaje verbal al algebraico, luego de estar bajo un ambiente ABP.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

5. CAPÍTULO 5:

CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

5.1. CONCLUSIONES

Las siguientes conclusiones son producto del análisis y de las interpretaciones de las sesiones de clase y de las evaluaciones, según el propósito de esta investigación:

1. La mayoría de estudiantes valoran que desde el rol asignado, la interacción con otros, el apoyo del material brindado en los ambientes de aprendizaje tanto AC como ABP y el apoyo de la docente como guía, se promueve la participación activa, el interés y les resulta más sencillo, resolver problemas atinentes a la adición y sustracción de expresiones algebraicas, propiedades de la adición y la activación de conocimientos previos tales como términos semejantes, igualdad de polinomios. Una pequeña cantidad de estudiantes manifestó preferir la explicación del docente en clase (Gros, 2008); (Gómez & Pérez, 2011); (Cubero, 2005); (Ayes, 2003); (Bransford et al., 2007); (Vigotsky, 1999).
2. De acuerdo a lo evidenciado en las sesiones de clase respecto a los dos grupos estudiados 802 y 801, bajo los ambientes de AC y ABP respectivamente, en la entrega física de las actividades resueltas por los estudiantes, su compromiso y participación y la observación de la investigadora, durante el desarrollo de las unidades didácticas, se concluye que los conocimientos conceptuales y procedimentales, así como las metas y desempeños de comprensión, presentaron un mejor desarrollo en el grupo 801 expuesto al ambiente ABP, respecto al grupo 802 expuesto al ambiente AC. Lo anterior, además

se deduce en la capacidad observada y evidenciada de utilizar los materiales suministrados para aprender a resolver problemas relacionados con adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades, para lo cual los estudiantes debieron incorporar la estructura de anillo en los procesos intra e interpsicológicos, de una manera más favorable en el ambiente de ABP que en el AC. (Díaz & Hernández, 2002); (Stone, 1999); (Baquero, 1997); (Cubero, 2015); (Ayres, 2003).

3. Se encontró que en el grupo de ABP, la interiorización de la estructura de anillo tuvo mejoría, una vez que resolvieron el problema. Porque, las fases del ABP procuran mayor agenciamiento de la información en el portafolio, en él los estudiantes deben registrar el conocimiento adquirido durante el proceso. Esto se observa en la necesidad de resolver el problema y el planteamiento de su propuesta productiva. (Escribano & Del Valle, 2015); (Font, 2004); (Equipo de Pedagogía UTP, 2014).
4. Los estudiantes del grupo ABP logran mayor comprensión directa y positiva de los conceptos de polinomio, términos semejantes y expresiones algebraicas, adición y sustracción de expresiones algebraicas que en el AC. Porque se observa, que sus intentos y representaciones externas por resolver el problema fueron acertados, aprendiendo de este proceso (Gallardo, 2004); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971).
5. Los estudiantes valoran el uso de la tecnología como otra forma de explicar y aprender los temas, alternativa adicional del método tradicional. Si bien la tecnología no elimina las dificultades de aprender (Litwin, 1994), los estudiantes, en su mayoría, expresan que el material suministrado a través del computador es suficiente para comprender la adición y sustracción de expresiones algebraicas y solucionar los problemas propuestos en las actividades tanto de refuerzo, como de las sesiones de clase.
6. En ambos ambientes se apreció una diferencia del 46,4% en el ambiente ABP y del 42% en el AC, en situaciones que requieren la expresión algebraica de modelos con bloques de áreas conocidas. En estos problemas, aplicaron los conocimientos procedimentales de la adición y sustracción de expresiones algebraicas y las representaciones tanto algebraicas como del modelo. Porque con este tipo de problemas, se pudo despertar más la atención y activación del conocimiento matemático de los estudiantes (Godino, Batanero & Font, 2003). Se concluye, por tanto, que la modelización constituyó un aspecto favorable del aprendizaje y comprensión de los conceptos de adición y

sustracción, por lo que vale la pena en el diseño de propuestas de enseñanza vincular más este tipo de problemas.

5.2. RECOMENDACIONES Y CUESTIONES ABIERTAS

En este trabajo de investigación se proponen las siguientes recomendaciones:

1. Hacer un análisis cuantitativo del presente trabajo para determinar de manera estadística las diferencias en la comprensión de la adición y sustracción de expresiones algebraicas en estudiantes de grado octavo.
2. Investigar las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión de la sustracción de expresiones algebraicas y generar propuestas didácticas para mejorar su enseñanza y aprendizaje.
3. Utilizar la tecnología para hacer propuestas didácticas, con modelos dinámicos para aprender la adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades.

REFERENCIAS

- Aké, L. P. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación* (Tesis doctoral). Universidad de Granada, España.
- Araya, V., Alfaro, M. & Andonegui, M. (2007). Constructivismo: orígenes y perspectivas. *Redalyc*, 13(24), 76-92. Recuperado de:
<http://www.redalyc.org/pdf/761/76111485004.pdf>
- Árias, J., & Becerra, M. (2015). La comprensión del concepto límite de una función en un punto en el marco de la teoría de Pirie y Kieren (Tesis maestría). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Arredondo, M. (2015). *Diferencias y puntos de encuentro en el aprendizaje de la factorización de polinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ y $ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c y d enteros) en dos ambientes de aprendizaje colaborativo y autónomo con enfoque constructivista mediados por el ordenador*. (Tesis maestría). Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.
- Ayres, F. (2003). *Álgebra Moderna*. México: McGraw Hill Interamericana de México S.A.
- Baquero, R. (1997). *Vigotsky y el aprendizaje escolar*. Argentina. Aique.
- Bisquerra, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: Ediciones La Muralla, S.A. 2ª. Edición
- Boettcher, J. V. (2007). *Ten core principles for designing effective learning environments: Insights from brain research and pedagogical theory*. *Innovate: Journal of Online Education*, 3(3), 2. Recuperado de:
<http://nsuworks.nova.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1099&context=innovate>
- Bransford, J.D, Brown, A.L, Cocking, R.R. (2007). *La creación de ambientes de aprendizaje en la escuela*. México. Cuadernos de la Reforma
- Cadreja, M.A. (1990). John Dewey: Propuesta de un modelo educativo: I Fundamentos. *Aula abierta*, 55. 61-87. Recuperado de:
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2781489>
- Calzadilla, M. E. (2002). Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Iberoamericana de Educación*, 11. Recuperado de:
<http://www.rieoei.org/deloslectores/322Calzadilla.pdf>
- Capllonch, M. (2005). *Las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Educación Física de Primaria: Estudio sobre sus posibilidades educativas*. (Tesis doctoral). Universitat de Barcelona. Barcelona.

- Cárdenas, C.C. & González, D.H (2016). *Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas*. (Tesis maestría). Universidad Libre de Colombia. Bogotá.
- Castro, W. (2014). Razonamiento algebraico elemental. Una propuesta para el aula. *Revista científica*, 20. 138 - 147. Recuperado de:
<http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/viewFile/7696/9486>
- Coll, C., & Monereo, C. (2008). *Psicología de la educación virtual*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Coll, C., Mauri, T. y Onrubia, J. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: una aproximación sociocultural. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10 (1). Recuperado de:
<http://redie.uabc.mx/vol10no1/contenido-coll2.html>
- Collazos, C.A & Mendoza, J. (2006). Cómo aprovechar el “aprendizaje colaborativo” en el aula. *Educación y Educadores*, 9(2), 61-76. Recuperado de:
<http://www.scielo.org.co/pdf/eded/v9n2/v9n2a06.pdf>
- Cubero, R. (2005). Elementos básicos para un constructivismo social. *Avances en Psicología Latinoamericana*, (23), 43-61. Recuperado de:
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2741860>.
- Cubero, R. (2005). *Perspectivas constructivistas I*. España, Editorial Graó.
- De Napoli, P.L. (2014). Polinomios. Notas de Algebra I. versión 0.8.0. Recuperado de:
<http://mate.dm.uba.ar/~pdenapo/apuntes-algebraI/polinomios.pdf>
- Dewey, J., (1998). *Democracia y Educación*. Madrid: Morata.
- Díaz, F. & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista*. Mexico: Mc Graw Hill. Recuperado de:
<https://jeffreydiaz.files.wordpress.com/2008/08/estrategias-docentes-para-un-aprendizaje-significativo.pdf>
- Escribano, A., & Del Valle, A. (2015). *El aprendizaje Basado en Problemas (ABP) Una propuesta metodológica en Educación Superior*. Bogotá: Narcea S.A.
- Equipo de Pedagogía UTP. “Aprendizaje Basado en Problemas”. Proyecto Computadores para Educar del MINTIC. Power Point. 2014. 2 Marzo 2014.
- Falsetti, M.C., Rodríguez M.A., & Aragón, A.J., (2003). Interacciones y aprendizaje en Matemáticas: análisis de una experiencia didáctica. *Suma*, (42), 61-68. Recuperado de:
<http://revistasuma.es/IMG/pdf/42/061-068.pdf>

- Feinberg, W., Torres, C.A, (2014). Democracia y Educación: John Dewey y Paulo Freire. *Cuestiones pedagógicas* (23), 29-42. Recuperado de: http://institucional.us.es/revistas/cuestiones/23/M_2.pdf
- Fernández, W. (2013). *Diseño e implementación de una propuesta didáctica de enseñanza de las operaciones algebraicas de adición y sustracción, articulando la transición de la aritmética al álgebra, en el grado 8ºa de la Institución Educativa Las Nieves*. (Tesis Maestría). Universidad Nacional de Colombia. Medellín.
- Font, A (2004). Líneas maestras del aprendizaje por problemas. *Revista interuniversitaria de formación del profesorado* 18(1), 79-95. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/pdf/274/27418106.pdf>
- Gallardo, J. (2004). *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales*. (Tesis doctoral). Universidad de Málaga. Málaga.
- García, J. & otros (2008). *La metodología del aprendizaje basado en problemas*. España. Universidad de Murcia, Servicio de Publicaciones.
- Godino, J.D, Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros*. Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Godino, & otros autores. (2015). Diseño de un cuestionario para evaluar conocimientos didáctico-matemáticos sobre razonamiento algebraico elemental. *Enseñanza de las ciencias. Investigaciones didácticas* 2015(33), 127-150. Recuperado de: <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/viewFile/288575/376858>
- Godino, J. D., Neto, T., Wilhelmi, M. R., Aké, L. P., Etchegaray, S., & Lasa, A. (2015). Niveles de algebrización de las prácticas matemáticas escolares. Articulación de las perspectivas ontosemiótica y antropológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1(8). Recuperado de: http://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_RAE-PRI-SEC.pdf
- Gómez, G.L & Pérez, M. (2011). Bases psicopedagógicas de un modelo de enseñanza de aprendizaje socioconstructivista para entornos virtuales. *Indivisa, Boletín de Estudios de Investigación*, 2011(12), 61-97. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77122436002>
- González, C.M. (2012). *Aplicación del constructivismo social en el aula*. Guatemala. Instituto para el Desarrollo y la Innovación Educativa en Educación Bilingüe y Multicultural – IDIE- Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación la Ciencia y la Cultura, -OEI- Oficina Guatemala.
- Gros, B., (2008). *Aprendizajes, conexiones y artefactos. La producción colaborativa del conocimiento*. Barcelona. Gedisa S.A.

- Gutiérrez, C. (2014). *Análisis comparativo de metodologías de aprendizaje colaborativo, JIGSAW y aprendizaje basado en problemas, haciendo uso de objetos de aprendizaje reutilizables, para el aprendizaje de la geometría, en alumnos de primero medio*. (Tesis Maestría). Universidad de Chile. Santiago.
- Hernández, S. Fernández, C. & Baptista, P. (2006). Metodología de la investigación. Recuperado de: https://competenciashg.files.wordpress.com/2012/10/sampieri-et-al-metodologia-de-la-investigacion-4ta-edicion-sampieri-2006_ocr.pdf
- Herstein, I.N. (1980). *Álgebra moderna*. México. Editorial Trillas.
- Hidalgo, H.D & otros (2004). Aprendizaje basado en problemas como potencializador del pensamiento matemático1. *Plumilla Educativa*, 2015, 299-312. Recuperado de: <http://revistasum.umanizales.edu.co/ojs/index.php/plumillaeducativa/article/view/845/960>
- ICFES. *Publicación de resultados saber 3, 5 y 9*. Recuperado de: <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/>
- Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (2010). Ejemplo de escala para evaluar el autoaprendizaje, México. Recuperado de: http://www.cca.org.mx/profesores/cursos/hmfbc_p_ut/pdfs/m5/escalas.pdf
- Lentin, A. & Rivaud, J. (1971). Polinomios de una variable, *Álgebra moderna* (pp.219-249). Madrid: Librairie Vuibert, Aguilar S.A de Ediciones, Juan Bravo,38.
- Lewin, R.A. (sf). *Álgebra. Versión preliminar*. Recuperado de: http://www.cartagena99.com/recursos/matematicas/apuntes/algebra_numeros_anillos_grupos_cuerpos.pdf
- Litwin, E. (2008). El oficio del docente y las nuevas tecnologías: herramientas, apremios y experticias. *Educação Unisinos*, 12(3), 167-173. Recuperado de: revistas.unisinos.br/index.php/educacao/article/view/5322/2568
- Litwin, E. (1994). La tecnología educativa y la didáctica: un debate vigente. *Educación*, 3(6), 135-151. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5056982>
- Litwin E. (2005). *Tecnologías educativas en tiempos de internet*. Buenos Aires. Amorrortu Editores.
- Londoño, C. A. (2003). El pragmatismo de Dewey y la escuela nueva en Colombia. *Historia de la Educación Colombiana*, 5(5), 143-169.
- López, E. (2015). *Ambiente de aprendizaje, motivación y disciplina en las clases de Educación Física*. Universitat de València. Valencia.
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión matemática y la Teoría APOE. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 6(3),

- noviembre, 2003, 221-271. Recuperado de:
[http://personal.bgsu.edu/~meel/Research/Meel\(RELIME2003\).pdf](http://personal.bgsu.edu/~meel/Research/Meel(RELIME2003).pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos De Competencias En Matemáticas. Recuperado de: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas. Recuperado de: http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-339975_matematicas.pdf
- Moust, J. & otros. (2007). *El aprendizaje basado en problemas: Guía del estudiante*. España. Universidad de Castilla – La Mancha.
- Novembre, A. & Equipo de Matemática del Plan de Escuelas de Innovación de la Dirección de Comunicación, Programa CONECTAR IGUALDAD. (2015). Matemáticas y Tic. Orientaciones para la enseñanza. Recuperado de:
https://despejandoincognitas.files.wordpress.com/2015/06/matemc3a3c2a1tica_y_tic1.pdf.
- Pazmiño, A & Flórez, J. (2011). Como Afecta al Rendimiento de los Estudiantes el Uso del ABP y la Complejidad en la Redacción del Escenario para el Aprendizaje de Dinámica en un Curso Propedéutico. *Revista Tecnológica ESPOL*. Recuperada de:
<http://www.dspace.espol.edu.ec/xmlui/handle/123456789/14813>
- Posada, F. A & otros autores (2006). Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico. Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. Recuperado de:
<http://www.galileodidacticos.com/sites/default/files/M%C3%93DULO%20%20PENSAMIENTO%20VARIACIONAL.pdf>.
- Ramírez, M et al. (2013). *Los caminos del saber Matemáticas 8*. Bogotá. Editorial Santillana.
- Restrepo, B. (2005). Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). Una innovación didáctica para la enseñanza universitaria. *Educación y Educadores*, (8). Recuperado de:
<http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/562>
- Rivera, N., Agudelo, A.M., Ramos, X.M. & Vargas, J.C. (2015). Implementación del ABP como método para promover competencias de colaboración en un ambiente virtual (webnode). EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa. 51, 1-13. Recuperado de:
http://www.edutec.es/revista/index.php/edutec-e/article/viewFile/107/pdf_36
- Rodríguez, J.L. & Escofet, A. (2006). Aproximación centrada en el estudiante como productor de contenidos digitales en cursos híbridos. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento*. 3(2). Recuperado de:
https://www.uoc.edu/rusc/3/2/dt/esp/rodriguez_escofet.pdf

- Rockmore, T. (1999-2000). Vico y el constructivismo. *Cuadernos sobre Vico*, (11-12), 193-199. Recuperado de: <http://institucional.us.es/revistas/vico/vol.11-12/14.pdf>
- Serrano, J. M. & Pons, R. M. (2011). El constructivismo hoy: enfoques constructivistas en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 13(1). Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15519374001>
- Stone, M. (1999). *La enseñanza para la comprensión*. Buenos Aires: Paidós.
- Shunk, D. H (2012). *Teorías del aprendizaje*. México: Pearson.
- Torbay, A. (1998). *El nivel de conocimiento de los alumnos al finalizar 8º EGB/1º Ciclo de la ESO: un acercamiento constructivista* (Tesis doctoral). Universidad de la Laguna. España.
- Torres, B.N., Peña, A.J., Alfonso, L.E., Ojeda, A. & Ramos, J.M. (2000). *Matemáticas 8*. Bogotá. Voluntad.
- Vigotsky, L.S. (2009). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítica.
- Vite, H. R. (2012). *Ambientes de aprendizaje Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*.
- Zañartú, L.M. (2011). *Aprendizaje colaborativo: una nueva forma de Diálogo Interpersonal y en red*. *Revista digital de educación y nuevas tecnologías. Contexto educativo. Nueva Alejandría Internet*. Recuperado de: <http://tic.sepdf.gob.mx/micrositio/micrositio2/archivos/AprendizajeColaborativo.pdf>

**DIFERENCIAS EN LA COMPRENSIÓN DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE
EXPRESIONES ALGEBRAICAS, EN ESTUDIANTES DE GRADO 8° DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA LICEO DE OCCIDENTE DE LA CELIA, EN DOS AMBIENTES DE
APRENDIZAJE: COLABORATIVO (AC) Y BASADO EN PROBLEMAS (ABP), APOYADOS
EN RECURSOS TIC**

ANEXOS

Tesista:

MARILUZ CASTRILLÓN HERNÁNDEZ

Director:

JOSÉ FRANCISCO AMADOR MONTAÑO

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Pereira, 2018

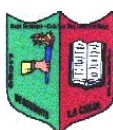
Contenido de anexos

A.1. UNIDADES DIDÁCTICAS AMBIENTES DE APRENDIZAJE MEDIADOS POR TIC.....	144
A.1.1. Unidad didáctica grupo 802. ambiente AC	144
A.1.2. Unidad didáctica grupo 801. Ambiente ABP.....	146
A.2. SESIONES DIDÁCTICAS	148
A.2.1. Sesiones grupo 802. Ambiente AC	148
A.2.2. Sesiones grupo 801. Ambiente ABP	154
A.3 GUÍAS DE APRENDIZAJE Y ACTIVIDADES.....	162
A.3.1. Guía de aprendizaje No. 1. GRADO 802.....	162
A.3.2. Guía de aprendizaje No. 2. GRADO 802.....	171
A.3.3. Guía de aprendizaje No.1. GRADO 801	180
A.3.4. Guía de aprendizaje No.2. GRADO 801	189
A.4. EVALUACIONES APLICADAS	198
A.4.1. Pretest.....	198
A.4.2. Autoevaluación	200
A.4.3. Coevaluación.....	201
A.4.4. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje.....	202
A.4.5. Postest	203
A.5. TABULACIÓN DE LAS EVALUACIONES AC Y ABP	205
A.5.1. Autoevaluación 802 en el AC	205
A.5.2. Coevaluación 802 en el AC	206
A.5.3. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en el ac 802.....	207
A.5.4. Postest y pretest en el ac 802	208
A.5.5. Autoevaluación 801 en el ABP	209
A.5.6. Coevaluación 801 en el ABP	210
A.5.7. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en el ABP 801	211
A.5.8. Postest y pretest en el ABP 801	212
A.6. COMPARACIÓN PRETEST 801 Y 802.....	213
A.7. IMÁGENES DE LAS ACTIVIDADES EN LOS AMBIENTES AC Y ABP	214
A.8. CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE DATOS	216

4.1. Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje colaborativo AC grado 802.....	217
4.1.1. Sesión uno	217
4.1.2. Sesión dos	226
4.1.3. Evaluaciones del AC	226
4.2. Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje basado en problemas ABP en el grado 801	256
4.2.1. Sesión uno	256
4.2.2. Sesión dos	266
4.2.3. Evaluación del ABP	273
4.3. Clasificación de las interpretaciones AC y ABP	273
A.9. PERMISO PARA REGISTRO AUDIOVISUAL DE MENORES DE EDAD	302

ANEXO A.1. UNIDADES DIDÁCTICAS AMBIENTES DE APRENDIZAJE MEDIADOS POR TIC.

A.1.1. UNIDAD DIDÁCTICA GRUPO 802. AMBIENTE AC



INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE”
“CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”

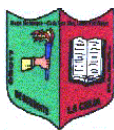
UNIDAD DIDÁCTICA APRENDIZAJE COLABORATIVO MEDIADO POR TIC

GUÍA DE APRENDIZAJE COLABORATIVO

Área: Álgebra	Grado: 802
Nombre de la unidad: Adición y sustracción de expresiones algebraicas	Tiempo: Se harán cinco SESIÓN es que en total durarán 9 horas (540 minutos)
Metas de actividad Aproximar a los estudiantes al concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, su comprensión y aplicación en situaciones de la vida cotidiana y del álgebra geométrica.	Metas de aprendizaje: Construir colaborativamente el conocimiento de los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, y su aplicación en diferentes situaciones.
CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS	
- Conocimiento conceptual: (Saber qué y por qué) Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas formular y sustentar puntos de vista.	- Conocimiento procedimental: (Saber cómo) Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. (MEN, 2006).
CONTENIDOS CONCEPTUALES	
- Adición y sustracción de expresiones algebraicas.	- Propiedades de la adición. - Perímetro y área de figuras planas.
CONTENIDOS PROCEDIMENTALES	
- Realiza operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, y las emplea para el cálculo del perímetro de figuras planas.	- Utiliza el computador como herramienta de apoyo para observar, consultar, practicar, lo referente al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus aplicaciones.
- Resuelve problemas propuestos sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.	- Determina la expresión algebraica para el área de figuras compuestas.
CONTENIDOS ACTITUDINALES	

- Comprende la importancia de: La responsabilidad, colaboración, comunicación, organización, el discurso elaborado, en la construcción del conocimiento en el aula.		
- Participa colaborativamente en el desarrollo del conocimiento.		
- Expresa interés sobre la utilidad de la adición y sustracción para resolver ciertas situaciones.		
RECURSOS		
- Portátiles.	- Video Beam.	- Guías de aprendizaje.
- Videos.	- Páginas de internet.	- Hojas de trabajo.
REGLAS DE CLASE		
- Se formarán grupos de 3 estudiantes cada uno, dentro de cada grupo se asignarán los roles de: coordinador, secretario y moderador; cuyas funciones serán indicadas por la tutora.		- Todos los estudiantes deben participar activa y colaborativamente en el trabajo, para alcanzar las metas propuestas.
- Las actividades propuestas deben ser entregadas al finalizar cada sesión.		- Mostrar respeto y escuchar las opiniones y aportes de sus compañeros, inclusive en los procesos de socialización.
- Los estudiantes podrán consultar a la docente sus dudas, incertidumbres, logros, cuestiones, etc.		- Los estudiantes pueden participar en la construcción de la secuencia didáctica y proponer material de aprendizaje que enriquezca su proceso de aprendizaje.
ESPACIO		
Las Sesiones se desarrollarán en la sala de sistemas de la Institución Educativa Liceo de Occidente de La Celia, que constituye el lugar más apropiado dentro de la institución para las clases. Está conformada por dos mesas grandes donde se ubican los portátiles y los grupos formados por tres estudiantes cada uno, para el trabajo colaborativo. En los portátiles los grupos encontrarán dos carpetas (SESIÓN 1 y SESIÓN 2) con materiales como: videos, la guía de trabajo donde accederán a definiciones, ejemplos y aplicaciones de los conceptos, talleres de actividades, sugerencias de páginas interactivas y de consulta; además se les solicitará que tomen apuntes de aspectos que considere relevantes. Inicialmente, se les dará instrucciones de cómo deben socializar la guía y la información suministrada y los pasos a seguir.		
CRITERIOS A EVALUAR		
- Prueba escrita: Pretest y Postest.		- Autoevaluación.
- Coevaluación.		- Evaluación a la profesora, ambiente y materiales de aprendizaje.

A.1.2. UNIDAD DIDÁCTICA GRUPO 801. AMBIENTE ABP



INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE”
“CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”

UNIDAD DIDÁCTICA APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS MEDIADO POR TIC

GUÍA DE APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS

Área: Álgebra		Grado: 801
Nombre de la unidad: Para saber la cantidad de cerca que se necesita para encerrar un terreno, ¿es más eficiente conocer su perímetro, su área o ambas?		Tiempo: Se harán cinco sesiones que en total durarán 9 horas (540 minutos).
Metas de actividad Aproximar a los estudiantes al concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas y su comprensión y aplicación en situaciones de la vida cotidiana y del álgebra geométrica.		Metas de aprendizaje: Sumar y restar expresiones algebraicas, y utilizar estos conocimientos en la resolución de problemas.
CONOCIMIENTOS MATEMÁTICOS		
<ul style="list-style-type: none"> - Conocimiento conceptual: (Saber qué y por qué) Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas formular y sustentar puntos de vista. - Conocimiento procedimental: (Saber cómo) Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz. (MEN, 2006). 		
CONTENIDOS CONCEPTUALES		
<ul style="list-style-type: none"> - Adición y sustracción de expresiones algebraicas. - Propiedades de la adición. - Perímetro de figuras planas. 		
CONTENIDOS PROCEDIMENTALES		
<ul style="list-style-type: none"> - Realiza operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, y las emplea para el cálculo del perímetro de figuras planas. - Utiliza el computador como herramienta de apoyo para observar, consultar, practicar, lo referente al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus aplicaciones. - Resuelve problemas propuestos sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas. - Determina la expresión algebraica para el área de figuras compuestas. 		
CONTENIDOS ACTITUDINALES		
<ul style="list-style-type: none"> - Tiene en cuenta los puntos de vista de otros para reflexionar sobre su propio proceso de aprendizaje. - Manifiesta interés para realizar los problemas planteados. - Expresa interés sobre la utilidad de la adición y sustracción para resolver ciertos problemas. 		
RECURSOS		
<ul style="list-style-type: none"> - Portátiles. - Video Beam. - Guías de aprendizaje. - Videos. - Páginas de internet. - Hojas de trabajo – portafolio. 		
REGLAS DE CLASE		
<ul style="list-style-type: none"> - Se formarán grupos de 3 estudiantes cada uno, dentro de cada grupo se asignarán los roles de: - Todos los estudiantes deben participar activamente en el trabajo común. 		

coordinador, secretario y moderador; cuyas funciones serán indicadas por la tutora.

- Las actividades propuestas deben ser entregadas al finalizar cada sesión, en el portafolio.

- Los estudiantes podrán consultar al tutor sus dudas, incertidumbres, logros, cuestiones, etc.

- Mostrar respeto y escuchar las opiniones y aportes de sus compañeros, inclusive en los procesos de socialización.

- Los estudiantes pueden participar en la construcción de la secuencia didáctica y proponer material de aprendizaje que enriquezca su proceso de aprendizaje.

ESPACIO

Las Sesiones se desarrollarán en la sala de sistemas de la Institución Educativa Liceo de Occidente de La Celia, que constituye el lugar más apropiado dentro de la institución para las clases. Está conformada por dos mesas grandes, donde se ubican los portátiles y los grupos formados por tres estudiantes cada uno, para el trabajo basado en problemas. En los portátiles los grupos encontrarán dos carpetas (SESIÓN 1 y SESIÓN 2) con materiales como: videos, la guía de trabajo donde accederán a definiciones, ejemplos y aplicaciones de los conceptos, talleres de actividades (entregados al inicio de las Sesiones impresos) en las que deberán aplicar cuatro fases (Problémica, Investigativa – Formativa, Solucionativa, Productiva), para la solución de problemas, sugerencias de páginas interactivas y de consulta; además se les solicitará que tomen apuntes de aspectos que considere relevantes. Inicialmente, se les dará instrucciones de cómo deben socializar la guía y la información suministrada y los pasos a seguir.

CRITERIOS A EVALUAR

- Evaluación sumativa: Prueba escrita de la tutora: Pretest y Postest.

- Evaluación formativa: Autoevaluación.

- Evaluación Formativa: Coevaluación. Portafolio.

- Evaluación al tutor y ambiente de aprendizaje.

A.2. SESIONES DIDÁCTICAS

A.2.1. Sesiones GRUPO 802. AMBIENTE AC

SECUENCIA DIDÁCTICA AMBIENTE APRENDIZAJE COLABORATIVO MEDIADOS POR TIC

SESIÓN UNO: ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

TEMAS:

- Adición de expresiones algebraicas
- Aplicaciones de la adición de expresiones algebraicas

OBJETIVOS

Conceptuales:

- ❖ Comprender que la adición de polinomios y monomios es una simplificación de términos semejantes.
- ❖ Reflexionar sobre las diferentes aplicaciones de la adición de expresiones algebraicas

Procedimentales:

- ❖ Desarrollar colaborativamente las actividades propuestas y el estudio de los temas tratados.
- ❖ Identificar el algoritmo para sumar expresiones algebraicas (monomios y polinomios). Usar diferentes métodos para sumar polinomios y resolver diferentes situaciones.
- ❖ Usar el computador para realizar actividades de aprendizaje relacionadas con la adición de polinomios.

Actitudinales:

- ❖ Ser consciente que la adición de expresiones algebraicas es una herramienta que permite resolver diferentes situaciones tanto de la vida cotidiana, como de la matemática misma.
- ❖ Participar activa y colaborativamente en las actividades de aprendizaje en clase y en el proceso de construcción de conocimiento.

ACTIVIDADES DE LA DOCENTE

- Previamente a la clase de la sesión 1, se aplicó pretest para hacer un diagnóstico que permitiera identificar los saberes previos. (60 min)
- Saludo de bienvenida. Se solicita a los estudiantes que se organicen en grupos de tres estudiantes en la mesa de trabajo, alrededor de un computador, en el cual tendrán acceso a una carpeta, que contiene la guía de aprendizaje, con definiciones, aplicaciones, ejemplos, videos, páginas interactivas y actividades. (5 min)
- Presentación en Power Point con reseña histórica sobre la cronología de las operaciones con expresiones algebraicas a lo largo de la historia humana, usos y desarrollos en diferentes culturas del álgebra; se indican los conceptos que se estudiarán: adición de expresiones algebraicas, y los objetivos propuestos para esta sesión. (15 min)
- Con los grupos conformados para trabajar en aprendizaje colaborativo, se definen roles específicos, que debe cumplir cada integrante dentro del grupo: (10 min)
 - **Coordinador:** Coordina y orienta el desarrollo de la actividad y cada fase del proceso. Es el encargado de hacer la entrega del trabajo o producto final.
 - **Relator:** Es el responsable de recopilar, sistematizar, y consolidar los aportes para la construcción del trabajo o actividades propuestas.
 - **Moderador:** Es el encargado de otorgar turnos de palabra en los momentos dialógicos del trabajo (puesta en común, toma de decisiones, diseño de la organización de una tarea, etc.). Es responsable de promover una participación equitativa de los miembros del equipo, de ordenar las intervenciones, etc.
- La docente todo el tiempo estará pendiente de los grupos, de guiarlos y atender las inquietudes que surjan, apoyarlos y plantearles preguntas que les permita facilitar su aprendizaje y motivarlos a continuar con el trabajo y alcanzar las metas de aprendizaje.

Tiempo total: 90 minutos.

ACTIVIDADES DE LOS ESTUDIANTES

- Lectura y análisis de los conceptos básicos sobre expresiones algebraicas. En este momento, los estudiantes leen y analizan las definiciones dadas en la guía, algunos métodos de la adición de monomios y polinomios, algunos ejemplos, páginas de internet y aplicaciones. Luego, grupalmente revisan lo comprendido hasta el momento. Deben tomar nota a lo largo de la sesión de lo que consideren más relevante, ejemplos y lo que como grupo consideren necesario (20 min)
- A medida que van realizando la lectura y análisis de la guía de adición de monomios y polinomios se proponen algunas actividades de refuerzo, la primera consiste en: (15 min)

a. Ver el Video 1., propuesto en la carpeta de SESIÓN 1, tomado del vínculo <https://www.youtube.com/watch?v=zRIJgiDVcPo>

b. Se proponen resolver tres sumas de polinomios y luego comparar su respuesta, con la respuesta obtenida en la calculadora virtual, cuyo enlace es:
<https://es.symbolab.com/solver/polynomial-addition-calculator>

- Los estudiantes continúan el estudio de la guía, su análisis de las aplicaciones de la adición de expresiones algebraicas, como el cálculo de perímetro, sumas de áreas de una figura plana, y el uso de algeblock, que en ella se proponen, así mismo se propone una segunda actividad de refuerzo, que consiste en: (30 min)

1. Ver video 2. Ejercicio sobre perímetro de un rectángulo, obtenido de:
<https://www.youtube.com/watch?v=PSoseelKFhU>

2. ingresar al vínculo sugerido, y resolver los puntos del 1 al 4.
<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?F/W/U/H/3QDP1415046992>

- Para los grupos que terminen el análisis y las actividades de refuerzo, se les brindan enlaces y documentos Adicionales, en los cuales pueden reforzar los conceptos tratados, de adición de expresiones algebraicas:

- <http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>
- <http://www.ematematicas.net/polinomios.php>
- En carpeta SESIÓN 1, archivo en Word: “USO DE ALGEBLOCK EN LA SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS”

Tiempo total: 65 minutos.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

- Desarrollada la fase de consulta y análisis de información, pasan a realizar la actividad No. 1. De adición de expresión algebraicas. La cual desarrollarán en hojas de trabajo, que deberán entregar al final de la sesión a la docente. (60 min)
- Luego que los estudiantes terminen la actividad, se dará un espacio para que verifiquen y compartan con otros grupos o con el grupo en general dificultades y errores cometidos, en el desarrollo de las actividades y la comprensión de conceptos (10 min)

Tiempo total: 70 minutos.

CIERRE DE SESIÓN

- Finalmente, la profesora recoge trabajos de los estudiantes para verificar el desarrollo, análisis, reflexiones y la comprensión de las actividades propuestas para la adición de expresiones algebraicas.
- Al finalizar la sesión 1, se hacen comentarios a los estudiantes de lo observado por parte de la profesora sobre su trabajo a lo largo de la sesión, así mismo se escuchan sus opiniones acerca de la experiencia, sobre si mismos, sobre sus compañeros y el ambiente de clase en general, como evaluación continua y formativa.

Tiempo total: 10 minutos.

TIEMPO TOTAL SESIÓN 1: 235 minutos

SECUENCIA DIDÁCTICA AMBIENTE APRENDIZAJE COLABORATIVO MEDIADOS POR TIC

SESIÓN DOS: PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

TEMAS:

- Propiedades de la adición
- Sustracción de expresiones algebraicas

OBJETIVOS

Conceptuales:

- ❖ Comprender las propiedades de la adición y su aplicación.
- ❖ Resolver problemas utilizando el concepto de sustracción de expresiones algebraicas

Procedimentales:

- ❖ Observa los videos sugeridos para apoyar la comprensión de los conceptos de propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas.
- ❖ Utiliza el computador como herramienta de apoyo para observar, consultar, practicar, lo referente a los temas de propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas.

- ❖ Realiza operaciones de adición y sustracción de expresiones algebraicas, y aplica sus propiedades en la solución de algunas situaciones.
- ❖ Resuelve problemas propuestos sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.

Actitudinales:

- ❖ Respetar las opiniones de sus compañeros y sus propuestas para resolver las situaciones propuestos.
- ❖ Participar activamente en las actividades de aprendizaje en clase y en el proceso de resolución de problemas.

ACTIVIDADES DE LA DOCENTE

- Saludo de bienvenida. Se solicita a los estudiantes que se organicen en los mismos grupos de trabajo que la sesión 1, en el mismo portátil. Se les da a conocer los objetivos y temas a tratar en esta segunda sesión: propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas, para lo cual tendrán acceso a una carpeta en el portátil que contiene la guía de aprendizaje No. 2, SESIÓN 2 con definiciones, ejemplos, videos, páginas interactivas y actividades. (10 min)
- Se recuerda a los grupos, que cada estudiante tiene asignado un rol, que debe seguir cumpliendo, como en la sesión anterior: (5 min)
 - **Coordinador:** Coordina y orienta el desarrollo de la actividad y cada fase del proceso. Es el encargado de hacer la entrega del trabajo o producto final.
 - **Relator:** Es el responsable de recopilar, sistematizar, y consolidar los aportes para la construcción del trabajo o actividades propuestas.
 - **Moderador:** Es el encargado de otorgar turnos de palabra en los momentos dialógicos del trabajo (puesta en común, toma de decisiones, diseño de la organización de una tarea, etc.). Es responsable de promover una participación equitativa de los miembros del equipo, de ordenar las intervenciones, etc.
- Se recuerda que la docente, todo el tiempo estará pendiente de los grupos, de guiarlos y atender las inquietudes que surjan, apoyarlos y plantearles preguntas que les permita facilitar su aprendizaje y motivarlos a continuar con el trabajo y alcanzar las metas de aprendizaje.

Tiempo total: 15 minutos.

ACTIVIDADES DE LOS ESTUDIANTES

- Lectura y análisis grupal de los conceptos previos y de las propiedades de la adición de expresiones algebraicas. Luego hacer breve actividad de refuerzo de propiedades: (20 min)
 1. Video 1. en carpeta SESIÓN 2, sobre propiedades de la adición de expresiones algebraicas, descargado de: <https://www.youtube.com/watch?v=Y-SmyefLJrg>
 2. Ingresar al enlace dado y hacer la práctica sobre propiedades de la adición, <http://www.aaamaticas.com/pro74ax2.htm#section2>.
- Lectura y análisis grupal del concepto de sustracción de expresiones algebraicas. Los estudiantes leen las definiciones dadas en la guía y los métodos de sustracción de expresiones algebraicas. Luego, grupalmente revisan lo comprendido hasta el momento (20 min)
- Luego del punto anterior, se propone una breve actividad de refuerzo, que consiste en: (20 min)
 1. Resolver dos sustracciones entre monomios para aplicar lo estudiado
 2. Ver video 3, propuesto en la carpeta de SESIÓN 2, tomado del vínculo https://www.youtube.com/watch?v=nzbNxrWH_Rs
 3. Resolver tres restas de polinomios propuestas y comparar su respuesta, con la que se obtiene en la aplicación de la página: <https://www.intermatia.com/ejercicios/PL001/>
- Finalmente, los estudiantes observan y analizan aplicaciones de la sustracción de expresiones algebraicas, que se proponen en la guía. De tener inquietudes, además de consultar con la profesora, pueden reforzar los temas con las ayudas brindadas: (15 min)
 1. Viendo video 2, sugerido en carpeta SESIÓN 2
 2. Ingresar al enlace indicado que cuenta con varios videos que pueden aclarar inquietudes que aún posean. <http://www.matematicatuya.com/NIVELACION/ALGEBRA/S1.html>

Tiempo total: 75 minutos.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

- Realizada la etapa de consulta y análisis de información, los estudiantes pasan a desarrollar la actividad 2. Sobre propiedades de la adición y la sustracción de expresión

algebraicas. La cual desarrollarán en hojas de trabajo, que deberán entregar al final de la sesión a la docente. (110 min)

- Luego de que los estudiantes terminen la actividad propuesta en la guía de trabajo, se generará un espacio para verificar dificultades y errores cometidos por parte de los grupos (10 min).

Tiempo total: 120 minutos.

CIERRE DE SESIÓN

- Finalizando la sesión 2, la profesora recogerá trabajos de los estudiantes para verificar el desarrollo, análisis, reflexión y la comprensión de las actividades propuestas para las propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas (5 min).
- Posteriormente. Se harán evaluaciones formativas del proceso: autoevaluación, coevaluación y evaluación a la docente, materiales y ambiente de aprendizaje, como fuente de retroalimentación para mejorar la enseñanza y aprendizaje de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, así como valorar la responsabilidad, actitud y compromiso de los estudiantes y la tutora, frente al proceso de la comprensión de los temas tratados. (30 min)
- Finalmente, se aplicará un postest individual, para verificar la comprensión alcanzada de las metas de aprendizaje propuestas, luego de estar en un ambiente de aprendizaje colaborativo y recursos TIC, como mediadores en el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. (60 min)

Tiempo total: 95 minutos.

TIEMPO TOTAL SESIÓN 2: 305 minutos

A.2.2. Sesiones GRUPO 801. AMBIENTE ABP

SECUENCIA DIDÁCTICA AMBIENTE APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS MEDIADOS POR TIC

SESIÓN UNO: ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

PREGUNTA PROBLÉMICA: Para saber la cantidad de cerca que se necesita para encerrar un terreno, ¿es más eficiente conocer su perímetro, su área o ambas?

TEMAS:

- Adición de expresiones algebraicas.
- Aplicaciones de la adición de expresiones algebraicas.

OBJETIVOS

Conceptuales:

- ❖ Comprender que la adición de polinomios y monomios es una simplificación de términos semejantes.
- ❖ Reflexionar sobre las diferentes aplicaciones de la adición de expresiones algebraicas

Procedimentales:

- ❖ Aplicar las fases del ABP: problémica, investigativa – formativa, solucionativa y productiva.
- ❖ Identificar el algoritmo para sumar expresiones algebraicas (monomios y polinomios). Usar diferentes métodos para sumar polinomios y resolver diferentes problemas.
- ❖ Usar el computador para realizar actividades de aprendizaje relacionadas con la adición de polinomios.

Actitudinales:

- ❖ Ser consciente que la adición de expresiones algebraicas es una herramienta que permite resolver diferentes situaciones tanto de la vida cotidiana, como de la matemática misma.
- ❖ Participar activamente en las actividades de aprendizaje en clase y en el proceso de construcción de conocimiento.
- ❖ Estimar el desarrollo histórico que han tenido las operaciones con expresiones algebraicas y su uso en la solución de problemas.

ACTIVIDADES DE LA DOCENTE

- Previamente a la clase de la sesión 1, se aplicó pretest para hacer un diagnóstico que permitiera identificar los saberes previos. (60 min)

- Saludo de bienvenida. Se solicita a los estudiantes que se organicen en grupos de tres estudiantes en la mesa de trabajo, alrededor de un computador. Se propone la pregunta problémica que se desarrollará con ayuda del concepto de adición de expresiones algebraicas, para lo cual tendrán acceso a una carpeta SESIÓN 1, en el portátil que contiene la guía de aprendizaje No. 1, con definiciones, ejemplos, videos, páginas interactivas y actividades. Además, se solicitará a cada grupo llevar un portafolio, donde registrarán las actividades desarrolladas, sugerencias, ejemplos, dudas, notas de interés para ellos y cualquier aspecto que el grupo considere importante. (10 min)
- Presentación en Power Point con reseña histórica sobre la cronología de las operaciones con expresiones algebraicas a lo largo de la historia humana, usos y desarrollos en diferentes culturas; además con los objetivos propuestos en esta sesión. (15 min)
- Una vez conformados los grupos para trabajar el aprendizaje basado en problemas, se definen roles específicos, que debe cumplir cada uno de los estudiantes que conforman el grupo, como: (10 min)
 - **Coordinador:** Coordina y orienta el desarrollo de la actividad y cada fase del proceso. Es el encargado de hacer la entrega del trabajo o producto final.
 - **Relator:** Es el responsable de recopilar, sistematizar, y consolidar los aportes para la construcción del trabajo o actividades propuestas.
 - **Moderador:** Es el encargado de otorgar turnos de palabra en los momentos dialógicos del trabajo (puesta en común, toma de decisiones, diseño de la organización de una tarea, etc.). Es responsable de promover una participación equitativa de los miembros del equipo, de ordenar las intervenciones, etc.
- La docente todo el tiempo estará pendiente de los grupos, de guiarlos y atender las inquietudes que surjan, apoyarlos y plantearles preguntas que les permita facilitar su aprendizaje y motivarlos a continuar con el trabajo y alcanzar las metas de aprendizaje.

Tiempo total: 95 minutos.

ACTIVIDADES DE LOS ESTUDIANTES

- Revisión de la actividad No. 1 para luego consultar y hacer lectura y análisis de los conceptos básicos sobre expresiones algebraicas, que requieren para resolver los problemas propuestos. En este momento, los estudiantes leen las definiciones dadas en la guía y los métodos de la adición de monomios y polinomios, señalados y algunos ejemplos y aplicaciones. Luego, grupalmente revisan lo comprendido hasta el momento y pueden consignar apuntes en el portafolio (35 min)
- Después de la lectura y análisis de la guía de adición de monomios y polinomios se propone una breve actividad de refuerzo, que deben registrar en el portafolios de actividades, con comentarios, cuestiones o ideas que surjan al grupo, consiste en: (15 min)

a. Ver el Video 1., propuesto en la carpeta de SESIÓN 1, tomado del vínculo <https://www.youtube.com/watch?v=zRIJgiDVcPo>

b. Resolver tres sumas de polinomios y comparar su respuesta, con la respuesta obtenida en la calculadora virtual, cuyo enlace es:

<https://es.symbolab.com/solver/polynomial-addition-calculator>

- Los estudiantes continúan consultando lo que requieren para resolver los problemas propuestos en la actividad No. 1. Ahora continúan analizando aplicaciones de la adición de expresiones algebraicas, como el cálculo de perímetro, sumas de áreas de una figura plana, y el uso de algeblock, además se propone una segunda actividad de refuerzo, cuya solución y análisis debe ser incluida en el portafolio, para la cual deben: (30 min)

1. Ver video 2. Ejercicio sobre perímetro de un rectángulo, obtenido de:

<https://www.youtube.com/watch?v=PSoseelKFhU>

2. ingresar al vínculo sugerido, y resolver los puntos del 1 al 4.

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?F/W/U/H/3QDP1415046992>

- Para los grupos que terminen el análisis y las actividades de refuerzo, pueden comenzar a solucionar los problemas propuestos en la actividad No. 1. Si consideran que deben reforzar los temas vistos pueden revisar los sugeridos o proponer otros que encuentren en internet:
 - <http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>
 - <http://www.ematematicas.net/polinomios.php>
 - En carpeta SESIÓN 1, archivo en Word: “USO DE ALGEBLOCK EN LA SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS”

Tiempo total: 80 minutos.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

- Realizada la fase de consulta y análisis de información (problémica e investigativa), pasan a la fase realizar la actividad No. 1, de adición de expresión algebraicas (Soluciónica). La cual desarrollarán en hojas de trabajo, y entregarán al final de la sesión a la docente, en el respectivo portafolio. (40 min)
- Al finalizar la actividad No. 1, los estudiantes tendrán un espacio para reflexionar y proponer soluciones a la pregunta problémica, dialogar sobre los conceptos consultados hasta el momento, si son suficientes para resolverla, además, para que los grupos socialicen y compartan dificultades y aciertos al resolver los problemas propuestos (productiva) (10 min).

Tiempo total: 50 minutos.

CIERRE DE SESIÓN

- Finalmente, la profesora recoge los portafolios de trabajos de los estudiantes para verificar el desarrollo, análisis, reflexiones, comprensión de las actividades propuestas sobre adición de expresiones algebraicas y la forma de resolver los problemas propuestos.
- Al finalizar la sesión 1. Se propone reflexionar de manera autoevaluativa y coevaluativa, como evaluaciones formativas, con las que se busca revisar los procesos seguidos a lo largo de la clase y su implicación en el aprendizaje de nuevos conceptos, la responsabilidad, actitud y compromiso de los estudiantes frente al proceso de la comprensión de los temas tratados y la resolución de los problemas propuestos (10 min).

Tiempo total: 10 minutos.

TIEMPO TOTAL SESIÓN 1: 235 minutos

SECUENCIA DIDÁCTICA AMBIENTE APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS MEDIADOS POR TIC

SESIÓN DOS: PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

PREGUNTA PROBLÉMICA: Para saber la cantidad de cerca que se necesita para encerrar un terreno, ¿es más eficiente conocer su perímetro, su área o ambas?

TEMAS:

- Propiedades de la adición
- Sustracción de expresiones algebraicas

OBJETIVOS

Conceptuales:

- ❖ Comprender las propiedades de la adición y su aplicación en diferentes situaciones.
- ❖ Resolver problemas utilizando el concepto de sustracción de expresiones algebraicas

Procedimentales:

- ❖ Aplicar las fases del ABP: problémica, investigativa – formativa, solucionativa y productiva en los problemas planteados.
- ❖ Resolver problemas propuestos sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades.
- ❖ Observar los videos sugeridos para apoyar la comprensión de los conceptos de propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas y poderlos aplicar en la resolución de problemas planteados.
- ❖ Utilizar el computador como herramienta para investigar y/o consultar, lo referente a los temas de propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, para aplicarlo en la solución de los problemas propuestos.

Actitudinales:

- ❖ Respetar las opiniones de sus compañeros y sus propuestas para resolver los problemas propuestos.
- ❖ Participar activamente en las actividades de aprendizaje en clase y en el proceso de resolución de problemas.

ACTIVIDADES DE LA DOCENTE

- Saludo de bienvenida. Se solicita a los estudiantes que se organicen en los mismos grupos de trabajo que la sesión 1 y en el mismo portátil. Se les entrega la actividad No. 2 y se les da a conocer los objetivos y temas a tratar en esta segunda sesión: propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas, para lo cual tendrán acceso a la carpeta en el portátil SESIÓN 2 con definiciones, ejemplos, videos, páginas interactivas y actividades. Se recuerda la importancia de llevar el portafolio como se hizo en la sesión 1. (10 min)
- Se recuerda a los grupos, que cada estudiante tiene asignado un rol, que debe seguir cumpliendo, como en la sesión anterior: (5 min)
 - **Coordinador:** Coordina y orienta el desarrollo de la actividad y cada fase del proceso. Es el encargado de hacer la entrega del trabajo o producto final.
 - **Relator:** Es el responsable de recopilar, sistematizar, y consolidar los aportes para la construcción del trabajo o actividades propuestas.
 - **Moderador:** Es el encargado de otorgar turnos de palabra en los momentos dialógicos del trabajo (puesta en común, toma de decisiones, diseño de la organización de una tarea, etc.). Es responsable de promover una participación equitativa de los miembros del equipo, de ordenar las intervenciones, etc.

- Se recuerda que la docente, todo el tiempo estará pendiente de los grupos, de guiarlos y atender las inquietudes que surjan, apoyarlos y plantearles preguntas que les permita facilitar su aprendizaje y motivarlos a continuar con el trabajo y alcanzar las metas de aprendizaje

Tiempo total: 15 minutos.

ACTIVIDADES DE LOS ESTUDIANTES

- Revisión de la actividad No. 2, entregada a los estudiantes, para luego hacer lectura y análisis de los conceptos previos y de las propiedades de la adición de expresiones algebraicas. Luego hacer breve actividad de refuerzo de propiedades, que deben registrar en el portafolios de actividades, con comentarios, ejemplos, ideas que les surja al grupo: (20 min)
 1. Video 1. en carpeta SESIÓN 2, sobre propiedades de la adición de expresiones algebraicas, descargado de: <https://www.youtube.com/watch?v=Y-SmyefLJrg>
 2. *Ingresar al enlace dado y hacer la práctica sobre propiedades de la adición, <http://www.aaamaticas.com/pro74ax2.htm#section2>.*
- Lectura y análisis del concepto de sustracción de expresiones algebraicas. Los estudiantes leen las definiciones dadas en la guía y los métodos de sustracción de expresiones algebraicas. Luego, grupalmente revisan lo comprendido hasta el momento (20 min)
- Luego del punto anterior, se propone una breve actividad de refuerzo, que debe ser incluida en el portafolio, que consiste en: (25 min)
 1. Resolver dos sustracciones entre monomios para aplicar lo leído
 2. Ver video 3, propuesto en la carpeta de SESIÓN 2, tomado del vínculo https://www.youtube.com/watch?v=nzbNxrWH_Rs
 3. Resolver tres restas de polinomios y comparar su respuesta, con la respuesta obtenida en la aplicación de la página: <https://www.intermatia.com/ejercicios/PL001/>
- Finalmente, los estudiantes deben observar y analizar aplicaciones de la sustracción de expresiones algebraicas, que se proponen en la guía. De tener inquietudes, además de consultar con la profesora, pueden reforzar los temas con las ayudas brindadas, y deben registrar en el portafolios lo que sea necesario, información, ejemplos, etc: (20 min)
 1. Viendo video 2, sugerido en carpeta SESIÓN 2

2. Ingresar al enlace indicado que cuenta con varios videos que pueden aclarar inquietudes que aún posean.

<http://www.matematicatuya.com/NIVELACION/ALGEBRA/S1.html>

Tiempo total: 85 minutos.

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

- Realizada la etapa de consulta y análisis de información, (problémica, investigativa) los estudiantes pasan a desarrollar la actividad 2. Sobre propiedades de la adición y la sustracción de expresión algebraicas (soluciónica). La cual desarrollarán en hojas de trabajo, que deberán entregar al final de la sesión a la docente. (100 min)
- Luego de que los estudiantes terminen la actividad No. 2, cada grupo podrá socializar con otros grupos, para compartir, verificar, exponer sus dificultades e ideas acerca de los problemas que realizaron (productiva) (10 min).

Tiempo total: 110 minutos.

CIERRE DE SESIÓN

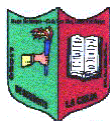
- Finalizando la sesión 2, la profesora recogerá el portafolio de trabajos de los grupos para verificar el desarrollo, análisis, reflexión y la comprensión de las actividades propuestas para las propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas (5 min).
- Posteriormente. Se hará una autoevaluación y una coevaluación, y una evaluación a la tutora, como evaluaciones formativas, como fuente de retroalimentación para mejorar la enseñanza y aprendizaje de las propiedades de la adición y la sustracción de expresiones algebraicas, así como valorar la responsabilidad, actitud y compromiso de los estudiantes y la tutora, frente al proceso de la comprensión de los temas tratado (30 min)
- Finalmente, se aplicará un posttest individual, para verificar la comprensión alcanzada de las metas de aprendizaje propuestas, luego de estar en un ambiente de aprendizaje basado en problemas y recursos TIC, como mediadores en el proceso de aprendizaje de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. (60 min)

Tiempo total: 95 minutos.

TIEMPO TOTAL SESIÓN 2: 305 minutos

A.3 GUÍAS DE ACTIVIDADES

A.3.1. GUÍA DE APRENDIZAJE No. 1. GRADO 802



INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LICEO DE OCCIDENTE"
"CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR"

GUÍA No.1: ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y APLICACIONES

RECORDEMOS ALGUNOS CONCEPTOS: (SABERES PREVIOS)

Expresión algebraica: Es una forma simbólica que utiliza, variables, constantes, operaciones matemáticas, y signos de agrupación. Ejemplo:
 $-10xyz$, $3x + 5y^3$, $(x+a)(x-b)$, etc.

Monomio: Expresión algebraica que consta de un solo término, conformado por: signo, coeficiente, exponentes y parte litera. Ejemplo:
 $-4xy$, $10x^2y^3$

Términos semejantes: En un polinomio son aquellos que tienen la misma parte literal, o sea cuando las variables con sus respectivos exponentes, son exactamente iguales. Ejemplo: a. $-xz^3$ y $8xz^3$
b. xy^2z y $-12xy^2z$

NOTA: EN LA SEMEJANZA DE TÉRMINOS NO INFLUYE NI EL SIGNO NI EL COEFICIENTE. ADEMÁS AUNQUE LAS LETRAS DE LA PARTE LITERAL ESTE EN DIFERENTE ORDEN SON LAS

NOTA: SI REQUIEREN REPASAR CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE EXPRESIONES ALGEBRAICAS. CONSULTAR LAS PÁGINAS:

A. <http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>

B. <https://www.youtube.com/watch?v=1nmIpW5uHB4>

ADICIÓN DE MONOMIOS

1. Para sumar dos o más monomios, se escriben las expresiones una a continuación de la otra y con sus respectivos signos.

2. Se reducen los términos semejantes a uno sólo. Lo cual se consigue sumando los coeficientes y dejando la misma parte literal.



No ando despeinada sinó que mi: cabellos tienen libertad de expresión

EJEMPLOS:

a. Sean los monomios $4xy$, $13xy$, al sumarlos se obtiene:

$$4xy + 13xy = 17xy$$

b. Sean los monomios $-5x^2$, $7yz$, $3x^2$, $-4yz$, al sumarlos se obtiene:

$$(-5x^2 + 3x^2) = -2x^2$$

$$[7yz + (-4yz)] = 3yz$$

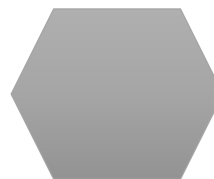
PÁGINAS DE APOYO: <http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>

NOTA: La adición de monomios se puede emplear para calcular el perímetro de alguna figura.

Ejemplo: Escribir el monomio que representa el perímetro de cada polígono regular:



$$P = 3t + 3t + 3t = 9t$$



$$P = 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 = 12m^2$$

POLINOMIOS

Un polinomio es una expresión algebraica formada por sumas o restas de dos o más monomios. Los monomios que conforman el polinomio se denominan términos del polinomio. **Ej:** $3y^3 - y^2 + 5y + 2$



No sé si enamorarme o hacerme un sandwich, la idea es sentir algo en el estómago...

Adición de polinomios

Para hallar la suma de dos polinomios, se deben sumar los términos semejantes. **Se pueden emplear dos métodos:**

1. MÉTODO VERTICAL

Ejemplo
<p>Dados los polinomios $p(x) = 5x^2 + 6x^3 - 8x - 5$ y $q(x) = -3x^3 + 4x + 2x^2 + 6$ hallar $p(x) + q(x)$.</p>
Solución
<p>Primero ordenamos los polinomios en forma decreciente y ubicamos los términos semejantes uno bajo el otro, como se observa a continuación:</p> $ \begin{array}{r} p(x) = 6x^3 + 5x^2 - 8x - 5 \\ q(x) = -3x^3 + 2x^2 + 4x + 6 \\ \hline p(x) + q(x) = 3x^3 + 7x^2 - 4x + 1 \end{array} $

2. MÉTODO HORIZONTAL

Consiste en agrupar los términos que son semejantes y simplificarlos

Ejemplo: sumemos los polinomios: $A = -2v^2 + 4tv - 11t^3$
 $B = -tv + 5t^3 - 6v^2$

Solución: $A + B = (-2v^2 + 4tv - 11t^3) + (-tv + 5t^3 - 6v^2)$
 $= (-2v^2 + (-6v^2)) + (4tv + (-tv)) + (-11t^3 + 5t^3)$
 $= (-2v^2 - 6v^2) + (4tv - tv) + (-6t^3)$

$$A + B = -8v^2 + 4tv - 6t^3$$

ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Ver video 1, que se encuentra en la carpeta de GUÍA TRABAJO SESIÓN 1.
2. Resolver las siguientes adiciones y luego comprobarlas en la calculadora Symbolab, en la página: <https://es.symbolab.com/solver/polynomial-addition-calculator>

$$a) (10b^2 + 4) + (6 - 9b^2) + (3b^2 - 7) =$$

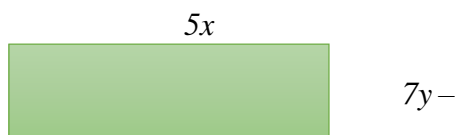
$$b) (3a + 4c) + (9c - 7b) + (7a - 15c) =$$

$$c) (5x^3 - 2x^2 + x - 7) + (8x^3 - 6x^2 - 3) =$$

ALGUNAS APLICACIONES

1. Cálculo de perímetros

Ejemplo: Un terreno con la forma indicada en la figura, debe ser cercado, ¿Qué polinomio representa la cantidad de malla que se necesitará para cercarlo?



Solución:

$$P = (5x + 3y) + (5x + 3y) + (7y + 2x) + (7y + 2x)$$

$$P = (5x + 5x + 2x + 2x) + (3y + 3y + 7y + 7y)$$

$$P = 14x + 20y$$

R/ El polinomio que representa la cantidad de malla requerida es $14x + 20y$

ACTIVIDAD DE REFUERZO

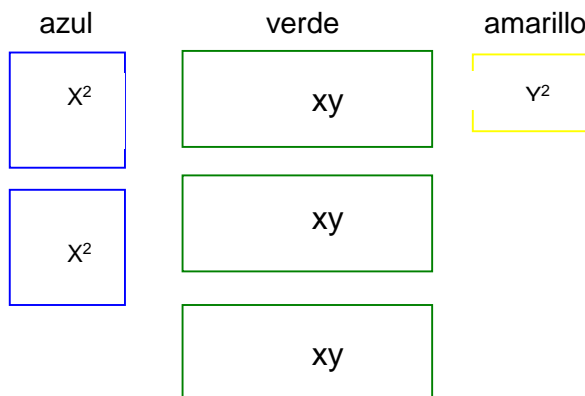


1. Ver video 2. Sobre perímetro de rectángulos.
2. Ingresar a la siguiente página y resolver los puntos del 1 al 4, justificar los pasos requeridos. Luego comparar las respuestas obtenidas por el grupo, con las soluciones dadas al final de la misma página.

<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?F/W/U/H/3QDP1415046992>

2. Modelos polinomiales (algeblock)

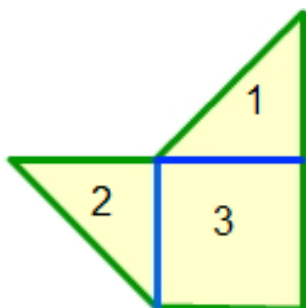
Con las baldosas y utilizando la expresión de área indicada en cada caso, podemos representar modelos de polinomios, por ejemplo:



El polinomio que modela esta representación es $2x^2 + 3xy + y^2$

3. Suma de áreas dadas en una figura

¿Qué expresión representa el área total de la figura dada?, teniendo en cuenta que:



$$\begin{aligned}\text{Áreas 1 y 2} &= 5ab \\ \text{Área 3} &= 9a^2\end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{aligned}A_T &= 1 + 2 + 3 \\ &= 5ab + 5ab + 9a^2 \\ &= 10ab + 9a^2\end{aligned}$$

R/ El área total de la figura es $10ab + 9a^2$

PÁGINAS Y MATERIAL QUE REFUERZAN ESTE TEMA:

1. <http://www.ematematicas.net/polinomios.php>

2. En carpeta **SESIÓN 1**, ver archivo **USO DE ALGEBLOCK EN LA SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS**

ACTIVIDAD No. 1: ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS



Nombres: _____

Fecha: _____ Grado: _____ Grupo No: _____

1. Elaborar un mapa conceptual o tabla con los conceptos más relevantes aprendidos durante la consulta y los recursos brindados.

2. Reducir (sumar) las siguientes expresiones algebraicas

a. $3a + 2a + 11a =$

b. $-wx^5 + 2wx^5 + 7wx^5 =$

c. $(4 + 5v) + (-5 + 11v) + 3v =$

d. $(5a - 3b + c) + (4a - 5b - c) =$

3. Sean los siguientes polinomios:

$p(a) = 3a - a^3 + 4a^4$; $q(a) = 6a^5 + 2a^3$ y $r(a) = a^3 - a^2 + 7a^5$

Calcular:

a. $p(a) + q(a) =$

b. $q(a) + r(a) =$

c. $p(a) + q(a) + r(a) =$

4. Resolver los siguientes problemas:

a. Si se necesita cercar un terreno cuya forma es la indicada en la figura 1. ¿Qué expresión algebraica representa la cantidad de cerca requerida?

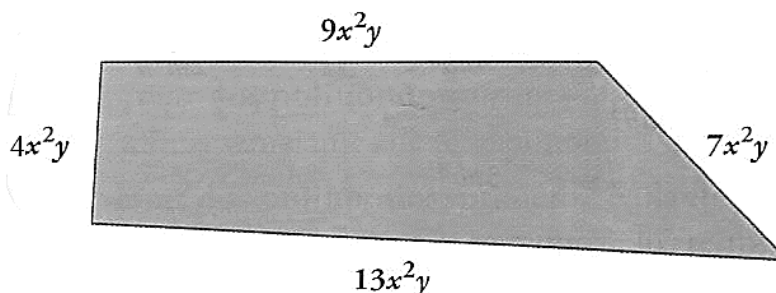


Figura 1. Los Caminos del saber

b. Se requiere cambiar todo el techo de una fábrica por mal estado de las tejas. Si el techo tiene la forma indicada en la figura 3. ¿Qué polinomio expresa el área total que se cubrirá? Teniendo en cuenta que:

El área de la región M es $15 pq$

El área de la región N es $9 pq$

El área de la región O es $11 pq$

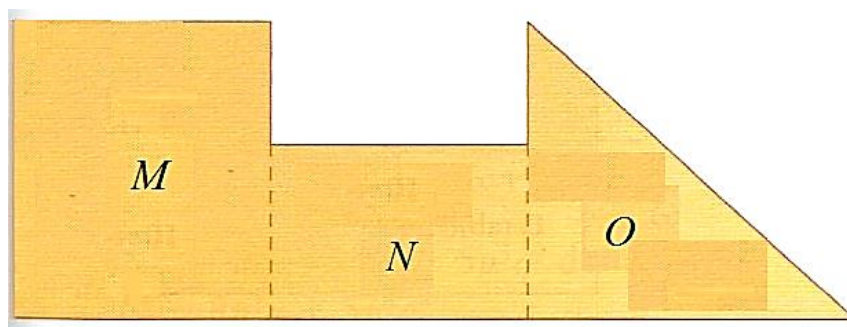


Figura 2. Los Caminos del saber

c. En una sala que tiene forma rectangular, se ha colocado una alfombra verde cuadrada como se observa la figura 4. ¿Cuál es el perímetro de la región de la sala que no está alfombrada?

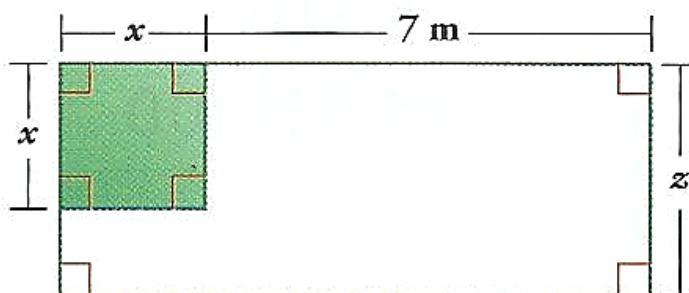


Figura 3. Los Caminos del saber

5. Resolver las siguientes situaciones:





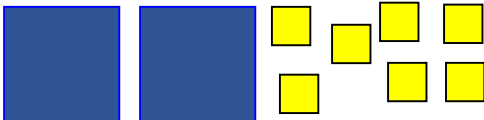
a. De un juego de 32 cartas, se sacan primero x cartas y tres más, la segunda vez se saca el doble de lo que había sacado más cuatro más. Escribir un polinomio reducido que exprese las cartas que quedan

b. Expresar el perímetro de un rectángulo sabiendo que el lado mayor excede en m al lado menor n .

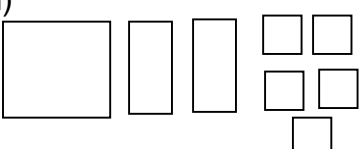

c. El lunes compré una batería de \$ x , una llanta de \$ $5x$ y un eje de \$ $3y$. El martes compré lo mismo que el lunes más un espejo retrovisor de \$ $2x$, y el miércoles lo mismo que el martes menos la llanta. Escribir un polinomio para el valor de la compra.

6. Identificar el polinomio que representa el área de cada modelo, teniendo en cuenta qué:

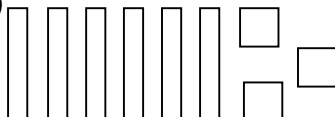
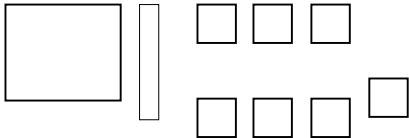
- a. El cuadrado grande tiene un área de x^2
- b. El rectángulo tiene un área de xy
- c. El cuadrado pequeño tiene un área de y^2

MODELO	EXPRESIÓN POLINOMIAL
	
	
	
	
	

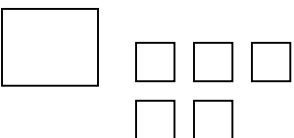
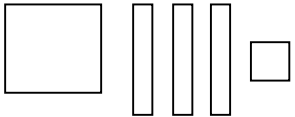
7. i) Escribir sobre cada figura el monomio que corresponde a su área. ii) Luego expresar el área total como un polinomio. (llamados polinomio 1 y polinomio 2). iii) Calcular la diferencia del polinomio 1 y el polinomio 2.:

a) i)  +  =


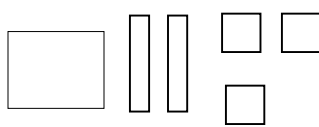
ii) _____ + _____ =

b) i)  +  =

ii) _____ + _____ =

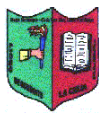
c) i)  +  =

ii) _____ + _____ =

d) i)  +  =

ii) _____ + _____ =

A.3.2. GUÍA DE APRENDIZAJE No. 2. GRADO 802



INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE”
“CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”

GUÍA No.2: PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

RECUERDA

- Los términos en una sustracción son:

Forma vertical

$\begin{array}{r} \text{Minuendo} \\ - \text{Sustraendo} \\ \hline \text{Diferencia} \end{array}$
PRUEBA DE LA RESTA
$\text{Minuendo} = \text{Sustraendo} + \text{Diferencia}$

Forma horizontal

minuendo	-	sustraendo	=	resta o diferencia
378		124		254

- Cuando se antepone un signo $-$ a un paréntesis, los signos de los términos que se encuentran dentro de este, cambian, ejemplo:

$$\begin{aligned} -(a + b) &= -a - b \\ -(-a + b) &= a - b \\ -(-a - b) &= a + b \\ -(a - b) &= -a + b \end{aligned}$$

- Polinomio opuesto:** Es el polinomio dado, pero con signos contrarios cada uno de sus términos. Ejemplo:

(Polinomio dado)

$$p(x) = 3m^4 + 2n^2 - mn$$

(Opuesto del polinomio)

$$-p(x) = -3m^4 - 2n^2 + mn$$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

PROPIEDAD	DEFINICIÓN	EJEMPLO
Clausurativa	$P(x) + Q(x) = R(x)$ La suma de dos expresiones algebraicas da como resultado otra expresión algebraicas	$P(x) = x - 2x^2$; $Q(x) = 3x + 5x^2$ $(x - 2x^2) + (3x + 5x^2) = 4x + 3x^2$
Asociativa	$[P(x)+Q(x)]+R(x)=$ $P(x)+[Q(x)+R(x)]$ Si se tiene más de dos expresiones algebraicas se pueden agrupar de diferentes maneras y se obtendrá el mismo resultado	$P(x) = a + ab$; $Q(x) = -3a - 3b$; $R(x) = 2ab + 5b$ $[(a + ab) + (-3a - 3b)] + (2ab + 5b) =$ $[-2a + ab - 3b] + (2ab + 5b) = -2a + 3ab + 2b$ $(a + ab) + [(-3a - 3b) + (2ab + 5b)] =$ $(a + ab) + (-3a + 2b + 2ab) = -2a + 3ab + 2b$
Existencia de elemento neutro	Existe el polinomio $0(x)$ tal que $P(x)+0(x)=P(x)$	$P(x) = y^3 + 2x - 4$, $0(x) = 0y^3 + 0x - 0$ $(y^3 + 2x - 4) + (0y^3 + 0x - 0) = y^3 + 2x - 4$
Existencia del elemento simétrico u opuesto.	$P(x)+[-P(x)]=0(x)$ Una expresión algebraica sumada con su opuesta da como resultado el polinomio $0(x)$	$P(x) = y^3 - y - 2$; $-P(x) = -y^3 + y + 2$ $(y^3 - y - 2) + (-y^3 + y + 2) = 0y^3 + 0y + 0 = 0$
Conmutativa	$P(x)+Q(x) = Q(x)+P(x)$ El Orden en que se sumen las expresiones algebraicas no altera la suma	$(x^2 - 6x) + (3x^2 + x) = 4x^2 - 5x$ $(3x^2 + x) + (x^2 - 6x) = 4x^2 - 5x$

ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Ver video 1, de la carpeta SESIÓN 2. Sobre propiedades de la adición.
2. Ingresar al siguiente enlace y hacer la práctica sobre propiedades de la adición, indicar cuantos correctos e incorrectos obtuvieron:
<http://www.aaamaticas.com/pro74ax2.htm#section2>

*“Por la ignorancia se
desciende a la servidumbre, por
la educación se asciende a la
libertad”*



SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Para realizar la sustracción entre dos o más expresiones algebraicas, se deja el minuendo tal cual está dado y luego se suma con el inverso aditivo u opuesto del sustraendo, el cual se obtiene cambiando el signo de cada uno de los términos de este.

Ejemplos:

1. Hallar: $P(a) - Q(a)$, si $P(a) = -4a^3 + 1$ y $Q(a) = 3a^3 + 2a^2 - 5$

Solución 1: **Método vertical**

$$\begin{array}{rcl}
 P(a) & = & -4a^3 + 1 \quad (\text{minuendo, con signos iguales}) \\
 - Q(a) & = & -3a^3 - 2a^2 + 5 \quad (\text{sustraendo, con signos opuestos}) \\
 \hline
 P(a) - Q(a) & = & -7a^3 - 2a^2 + 6 \quad (\text{DIFERENCIA})
 \end{array}$$

Solución 2: **Método horizontal**

$$\begin{aligned}
 P(a) - Q(a) &= (-4a^3 + 1) - (3a^3 + 2a^2 - 5) && \text{Se escriben en paréntesis las expresiones} \\
 &= -4a^3 + 1 - 3a^3 - 2a^2 + 5 && \text{Se destruyen paréntesis, el minuendo queda con sus signos iguales y el sustraendo con signos opuestos} \\
 &= -4a^3 - 3a^3 - 2a^2 + 1 + 5 && \text{Por propiedad conmutativa se organizan términos} \\
 P(a) - Q(a) &= -7a^3 - 2a^2 + 6 && \text{Se reducen términos semejantes como en la suma}
 \end{aligned}$$

2. Escribir la operación correspondiente y hallar la diferencia:

a) De $2x^3 - x^2$ resta $-3x^3 - 4x^2$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } (2x^3 - x^2) - (-3x^3 - 4x^2) &= && \text{Operación correspondiente} \\ &= 2x^3 - x^2 + 3x^3 + 4x^2 && \text{Resolviendo por método horizontal} \\ &= 5x^3 + 3x^2 \end{aligned}$$

b) Restar $-2y^2 + 7$ de $10y^2 - 13$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } (10y^2 - 13) - (-2y^2 + 7) &= \\ \begin{array}{r} 10y^2 - 13 \\ 2y^2 - 7 \\ \hline 12y^2 - 20 \end{array} && \begin{array}{l} \text{Operación correspondiente} \\ \text{Resolviendo por método vertical} \end{array} \end{aligned}$$

ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Escribir las siguientes expresiones en forma de operación y hallar su diferencia:

a. De $10xy^2$ restar $-4xy^2$

b. Restar $15ab$ de $-2ab$

2. Ver video 3, sobre sustracción de expresiones algebraicas, ubicado en la carpeta SESIÓN 2.

3. Entrar al enlace sugerido, resolver en el cuaderno, mínimo tres restas de expresiones algebraicas dadas en la página y comparar su respuesta con la que obtienen en la aplicación; <https://www.intermatia.com/ejercicios/PL001/>



*"La amistad duplica
las alegrías y divide las
tristezas por la mitad"*

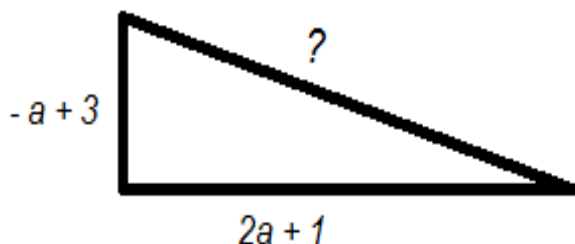
Sir. Francis Bacon

ALGUNAS APLICACIONES

1. Encontrar uno de los lados de una figura si se tienen los demás y el perímetro de la misma

Ejemplo:

Si un hombre cercó un corral con una cantidad de alambre expresada por el polinomio $4a + 2$, ¿Cuál es la expresión que representa el lado faltante en la figura dada?.



Solución: $P = L_1 + L_2 + L_3$

$$P = 4a + 2,$$

$$L_1 = -a + 3 \quad (\text{información dada})$$

$$L_2 = 2a + 1$$

$$L_3 = P - L_1 - L_2 \quad (\text{Operación que se utiliza})$$

$$L_3 = (4a + 2) - (-a + 3) - (2a + 1)$$

R/ La expresión del lado faltante en la figura es $3a - 2$

2. Encontrar la expresión resultante de $M - N - L$, teniendo en cuenta que:

$$M = 2x^2 + 5x - 2$$

$$N = -x^2 - 4x - 10$$

$$L = -3x^2 + x$$

$$M - N - L = (2x^2 + 5x - 2) - (-x^2 - 4x - 10) - (-3x^2 + x)$$

$$= 2x^2 + 5x - 2 + x^2 + 4x + 10 + 3x^2 - x$$

$$= 2x^2 + x^2 + 3x^2 + 5x + 4x - x + 10 - 2$$

$$M - N - L = 6x^2 + 8x + 8$$

3. Indicar la expresión que falta en una sustracción o adición

Completar el término que falta en la operación:

$$\begin{array}{r} \boxed{} \quad M \\ - (2x + 8y + 1) \quad S \\ \hline 3x - 9y + 3 \quad D \end{array}$$



Solución: $M - S = D$, $M = D + S$, $S = M - D$

$$M = (2x + 8y + 1) + (3x - 9y + 3) = 5x - y + 4$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r} 5x - y + 4 \\ - (2x + 8y + 1) \\ \hline 5x - y + 4 \\ - 2x - 8y - 1 \\ \hline 3x - 9y + 3 \quad L.p.d \end{array}$$

PARA REFORZAR LOS TEMAS TRATADOS:

1. Ingresar al enlace siguiente y ver los videos sugeridos.
<http://www.matematicatuya.com/NIVELACION/ALGEBRA/S1.html>

2. Ver videos 2, recomendado en carpeta SESIÓN 2

ACTIVIDAD No. 2: PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS 🍌

Nombres: _____

Fecha: _____ Grado: _____ Grupo No: _____

1. Elaboren un mapa conceptual con las propiedades de la adición de expresiones algebraicas.

2. Completar los siguientes enunciados, teniendo en cuenta las propiedades de la adición.

a. Según la propiedad _____ el polinomio opuesto a $P(y) = -2y^2 + 9y + 1$ es: _____

b. Si sumo el polinomio ____ a $x+1$, vuelvo y obtengo $x+1$, por la propiedad _____

c. La igualdad $y^3 - 2y =$ _____, es cierta por la propiedad _____

d. La igualdad $(xy + x^2) + (__ + 2xy) = (__ + 2xy) + (x^2 - 3x^2)$, se cumple gracias a las propiedades _____ y _____

3. Observen las figuras del 1 al 5. Cada una de ellas está construida uniando varios segmentos de longitudes a y b , teniendo en cuenta que:



1



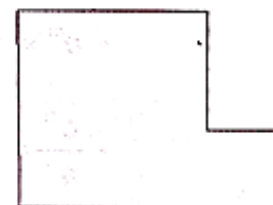
2



3



4



5

El perímetro de la figura 5 escrito como expresión algebraica, en términos de las longitudes a y b es:

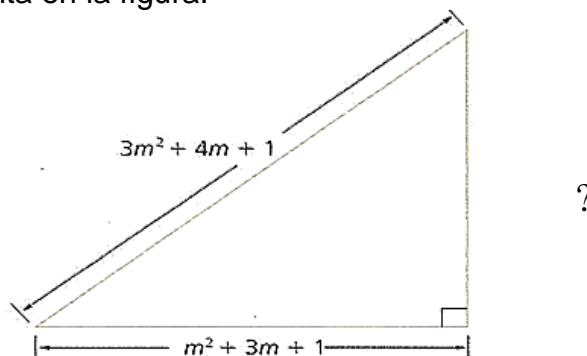
a. $a^2 + b^2$

b. $4a + 4b$

c. $4a + 2b$

d. $2a + 4b$

4. El total de cerca requerida para un corral que tiene la forma de la figura dada, está expresada por el polinomio $5m^2 + 8m + 6$. Encuentren el polinomio que representa la medida de la cerca que falta en la figura.



5. Escriban si las siguientes proposiciones son faltas (F) o verdaderas (V), **justifiquen las razones de su opción:**

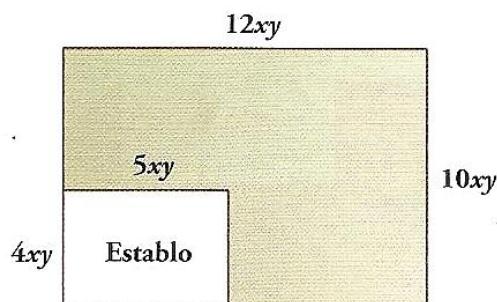
a. El opuesto del polinomio $-7xy + 11y$ es el polinomio $7xy - 11y$ ()

b. $3x^4 - 2x = x^3$ ()

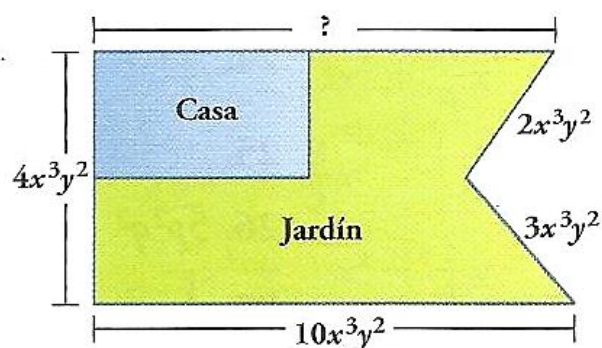
c. Al restar $28xy^2$ de $35xy^2$, se obtiene $-7xy^2$ ()

6. Resuelvan los siguientes problemas, indicando los pasos seguidos en cada uno, procurando explicar, los pasos que siguieron para darles solución, en lo posible detallar todas las ideas que hayan surgido.

a. El señor López construye un establo y deja una zona verde para que su ganado puedan caminar, como se muestra en el plano. El señor quiere cercar el perímetro de la zona verde con hileras de alambre. Determina mediante una expresión algebraica la cantidad de alambre que el señor López necesita.



b. ¿Cuál será la expresión algebraica que representa la medida del lado que hace falta al lote, teniendo en cuenta que el perímetro de todo el terreno es de $30x^3y^2$?



7. Determinen cuál es la expresión algebraica que falta cada caso:

a. $10xyz - \boxed{} = 15xyz$

b. $(3m^2 + 11m) - \boxed{} = -4m^2 + 6m$

8. Escriban las operaciones correspondientes y luego hallen su diferencia

a. Restar $7mn^2$ de $-3mn^2$

b. Restar $12n^2 - n$ de $-7n^2 + 2n$

c. De $-6t^3 + 2t - 2$ restar $4t^3 - 2t - 5$

9. Determinar el polinomio que resulta de la expresión $F - G - H$, teniendo en cuenta que:

$$F = -w^2 + 3w - 1$$

$$G = 9w^2 - w - 8$$

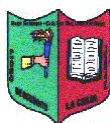
$$H = -10w^2 + 12w$$

10. Resolver las siguientes sustracciones e indicar **las propiedades** que observan se aplican en su desarrollo.

a. $(3p^2 + 1) - (5p^3 + 3p^2 + 1)$

b. $(-3v^5 - 2v^3 - 6v) - (3v^5 + 2v^3 + 6v)$

A.3.3. GUÍA DE APRENDIZAJE No.1. GRADO 801



INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE”
“CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”

GUÍA No.1: ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y APLICACIONES

PREGUNTA PROBLÉMICA: para saber la cantidad de cerca que se necesita para encerrar un terreno, ¿es más eficiente conocer su perímetro, su área o ambas?

RECORDEMOS ALGUNOS CONCEPTOS: (SABERES PREVIOS)

Expresión algebraica: Es una forma simbólica que utiliza, variables, constantes, operaciones matemáticas, y signos de agrupación. Ejemplo:
 $-10xyz$, $3x + 5y^3$, $(x+a)(x-b)$, etc.

Monomio: Expresión algebraica que consta de un solo término, conformado por: signo, coeficiente, exponentes y parte literal. Ejemplo: $-4xy$,
 $10x^2y^3$

Términos semejantes: En un polinomio son aquellos que tienen la misma parte literal, o sea cuando las variables con sus respectivos exponentes, son exactamente iguales. Ejemplo: a. $-xz^3$ y $8xz^3$
b. xy^2z y $-12xy^2z$

NOTA: EN LA SEMEJANZA DE TÉRMINOS NO INFLUYE NI EL SIGNO NI EL COEFICIENTE. ADEMÁS AUNQUE LAS LETRAS DE LA PARTE LITERAL ESTE EN DIFERENTE ORDEN SON LAS

NOTA: SI REQUIEREN REPASAR CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE EXPRESIONES ALGEBRAICAS. CONSULTAR LAS PÁGINAS:

A. <http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>

B. <https://www.youtube.com/watch?v=1nmlpW5uHB4>

ADICIÓN DE MONOMIOS

1. Para sumar dos o más monomios, se escriben las expresiones una a continuación de la otra y con sus respectivos signos.

2. Se reducen los términos semejantes a uno sólo. Lo cual se consigue sumando los coeficientes y dejando la misma parte literal.



No ando despeinada sinó que mis cabellos tienen libertad de expresión

EJEMPLOS:

a. Sean los monomios $4xy$, $13xy$, al sumarlos se obtiene:

$$4xy + 13xy = 17xy$$

b. Sean los monomios $-5x^2$, $7yz$, $3x^2$, $-4yz$, al sumarlos se obtiene:

$$(-5x^2 + 3x^2) = -2x^2$$

$$[7yz + (-4yz)] = 3yz$$

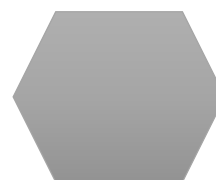
PÁGINAS DE APOYO: <http://www.educa3d.com/ud/mon/story.html>

NOTA: La adición de monomios se puede emplear para calcular el perímetro de alguna figura.

Ejemplo: Escribir el monomio que representa el perímetro de cada polígono regular:



$$P = 3t + 3t + 3t = 9t$$



$$P = 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 + 2m^2 = 12m^2$$

POLINOMIOS

Un polinomio es una expresión algebraica formada por sumas o restas de dos o más monomios. Los monomios que conforman el polinomio se denominan términos del polinomio. **Ej:** $3y^3 - y^2 + 5y + 2$



Adición de polinomios

Para hallar la suma de dos polinomios, se deben sumar los términos semejantes. **Se pueden emplear dos métodos:**

1. MÉTODO VERTICAL

Ejemplo	
Dados los polinomios $p(x) = 5x^2 + 6x^3 - 8x - 5$ y $q(x) = -3x^3 + 4x + 2x^2 + 6$ hallar $p(x) + q(x)$.	
Solución	
Primero ordenamos los polinomios en forma decreciente y ubicamos los términos semejantes uno bajo el otro, como se observa a continuación:	
$ \begin{array}{r} p(x) = 6x^3 + 5x^2 - 8x - 5 \\ q(x) = -3x^3 + 2x^2 + 4x + 6 \\ \hline p(x) + q(x) = 3x^3 + 7x^2 - 4x + 1 \end{array} $	

2. MÉTODO HORIZONTAL

Consiste en agrupar los términos que son semejantes y simplificarlos

Ejemplo: sumemos los polinomios: $A = -2v^2 + 4tv - 11t^3$
 $B = -tv + 5t^3 - 6v^2$

Solución: $A + B = (-2v^2 + 4tv - 11t^3) + (-tv + 5t^3 - 6v^2)$
 $= (-2v^2 + (-6v^2)) + (4tv + (-tv)) + (-11t^3 + 5t^3)$
 $= (-2v^2 - 6v^2) + (4tv - tv) + (-6t^3)$

$$A + B = -8v^2 + 4tv - 6t^3$$

ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Ver video 1, que se encuentra en la carpeta de GUÍA TRABAJO SESIÓN 1.
2. Resolver las siguientes Adiciones y luego comprobarlas en la calculadora Symbolab, en la página: <https://es.symbolab.com/solver/polynomial-addition-calculator>

d) $(10b^2 + 4) + (6 - 9b^2) + (3b^2 - 7) =$

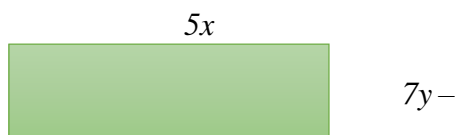
e) $(3a + 4c) + (9c - 7b) + (7a - 15c) =$

f) $(5x^3 - 2x^2 + x - 7) + (8x^3 - 6x^2 - 3) =$

ALGUNAS APLICACIONES

1. Cálculo de perímetros

Ejemplo: Un terreno con la forma indicada en la figura, debe ser cercado, ¿Qué polinomio representa la cantidad de malla que se necesitará para cercarlo?



Solución:

$$P = (5x + 3y) + (5x + 3y) + (7y + 2x) + (7y + 2x)$$

$$P = (5x + 5x + 2x + 2x) + (3y + 3y + 7y + 7y)$$

$$P = 14x + 20y$$

R/ El polinomio que representa la cantidad de malla requerida es $14x + 20y$

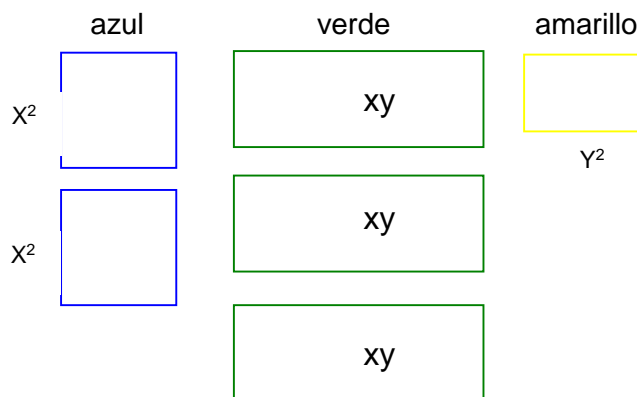
ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Ver video 2. Sobre perímetro de rectángulos.
2. Ingresar a la siguiente página y resolver los puntos del 1 al 4, justificar los pasos requeridos. Luego comparar las respuestas obtenidas por el grupo, con las soluciones dadas al final de la misma página.
<https://www.thatquiz.org/es/previewtest?F/W/U/H/3QDP1415046992>

2. Modelos polinomiales (algeblock)

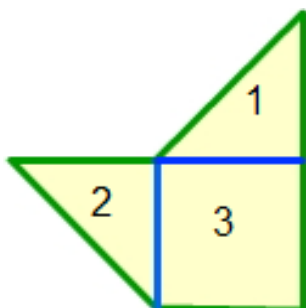
Con las baldosas y utilizando la expresión de área indicada en cada caso, podemos representar modelos de polinomios, por ejemplo:



El polinomio que modela esta representación es $2x^2 + 3xy + y^2$

3. Suma de áreas dadas en una figura

¿Qué expresión representa el área total de la figura dada?, teniendo en cuenta que:



$$\text{Áreas 1 y 2} = 5ab$$

$$\text{Área 3} = 9a^2$$

Solución:

$$\begin{aligned} A_T &= 1 + 2 + 3 \\ &= 5ab + 5ab + 9a^2 \\ &= 10ab + 9a^2 \end{aligned}$$

R/ El área total de la figura es $10ab + 9a^2$

PÁGINAS Y MATERIAL QUE REFUERZAN ESTE TEMA:

1. <http://www.ematematicas.net/polinomios.php>

2. En carpeta SESIÓN 1, ver archivo [USO DE ALGEBLOCK EN LA SUMA DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS](#)

ACTIVIDAD No. 1: ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS



Nombres: _____

Fecha: _____ Grado: _____ Grupo No: _____

1. Elaborar un mapa conceptual o tabla con los conceptos más relevantes aprendidos durante la consulta y los recursos brindados.

2. Reducir (sumar) las siguientes expresiones algebraicas

a. $3a + 2a + 11a =$

b. $-wx^5 + 2wx^5 + 7wx^5 =$

c. $(4 + 5v) + (-5 + 11v) + 3v =$

d. $(5a - 3b + c) + (4a - 5b - c) =$

3. Sean los siguientes polinomios:

$p(a) = 3a - a^3 + 4a^4$; $q(a) = 6a^5 + 2a^3$ y $r(a) = a^3 - a^2 + 7a^5$

Calcular:

a. $p(a) + q(a) =$

b. $q(a) + r(a) =$

c. $p(a) + q(a) + r(a) =$

4. Resolver los siguientes problemas:

a. Si se necesita cercar un terreno cuya forma es la indicada en la figura 1. ¿Qué expresión algebraica representa la cantidad de cerca requerida?

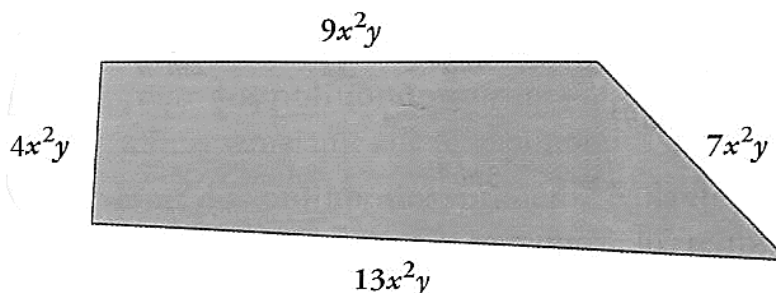


Figura 1. Los Caminos del saber

b. Se requiere cambiar todo el techo de una fábrica por mal estado de las tejas. Si el techo tiene la forma indicada en la figura 3. ¿Qué polinomio expresa el área total que se cubrirá? Teniendo en cuenta que:

El área de la región M es $15 pq$

El área de la región N es $9 pq$

El área de la región O es $11 pq$

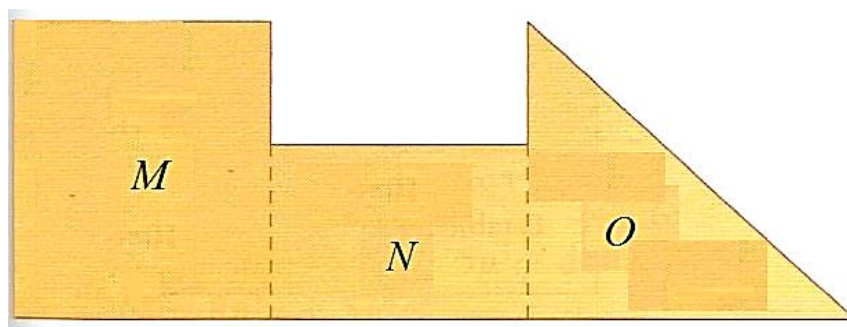


Figura 2. Los Caminos del saber

c. En una sala que tiene forma rectangular, se ha colocado una alfombra verde cuadrada como se observa la figura 4. ¿Cuál es el perímetro de la región de la sala que no está alfombrada?

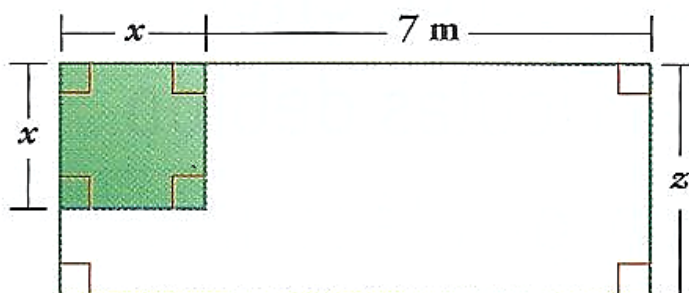


Figura 3. Los Caminos del saber

5. Resolver las siguientes situaciones:


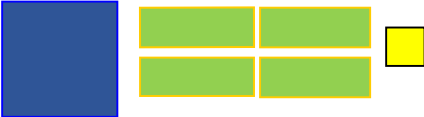

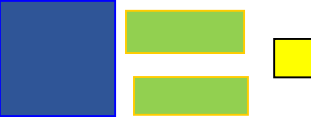
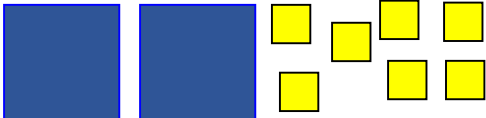
a. De un juego de 32 cartas, se sacan primero x cartas y tres más, la segunda vez se saca el doble de lo que había sacado más cuatro más. Escribir un polinomio reducido que exprese las cartas que quedan

b. Expresar el perímetro de un rectángulo sabiendo que el lado mayor excede en m al lado menor n .

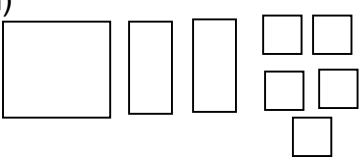

c. El lunes compré una batería de \$ x , una llanta de \$ $5x$ y un eje de \$ $3y$. El martes compré lo mismo que el lunes más un espejo retrovisor de \$ $2x$, y el miércoles lo mismo que el martes menos la llanta. Escribir un polinomio para el valor de la compra.

6. Identificar el polinomio que representa el área de cada modelo, teniendo en cuenta qué:

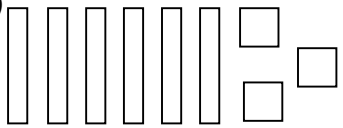
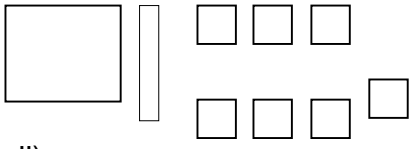
- a. El cuadrado grande tiene un área de x^2
- b. El rectángulo tiene un área de xy
- c. El cuadrado pequeño tiene un área de y^2

MODELO	EXPRESIÓN POLINOMIAL
	
	
	
	
	

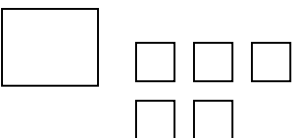
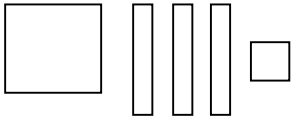
7. i) Escribir sobre cada figura el monomio que corresponde a su área. ii) Luego expresar el área total como un polinomio. (llamados polinomio 1 y polinomio 2). iii) Calcular la diferencia del polinomio 1 y el polinomio 2.:

a) i)  +  =


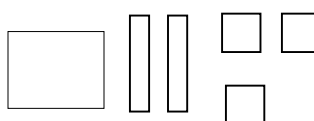
ii) _____ + _____ =

b) i)  +  =

ii) _____ + _____ =

c) i)  +  =

ii) _____ + _____ =

d) i)  

A.3.4. GUÍA DE APRENDIZAJE No.2. GRADO 801



INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LICEO DE OCCIDENTE"
"CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR"

GUÍA No.2: PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

PREGUNTA PROBLÉMICA: para saber la cantidad de cerca que se necesita para encerrar un terreno, ¿es más eficiente conocer su perímetro, su área o ambas?

RECUERDA

- Los términos en una sustracción son:

Forma vertical

$\begin{array}{r} \text{Minuendo} \\ - \text{Sustraendo} \\ \hline \text{Diferencia} \end{array}$
PRUEBA DE LA RESTA
$\text{Minuendo} = \text{Sustraendo} + \text{Diferencia}$

Forma horizontal

minuendo	-	sustraendo	=	resta o diferencia
378		124		254

- Cuando se antepone un signo $-$ a un paréntesis, los signos de los términos que se encuentran dentro de este, cambian, ejemplo:

$$\begin{aligned} -(a + b) &= -a - b \\ -(-a + b) &= a - b \\ -(-a - b) &= a + b \\ -(a - b) &= -a + b \end{aligned}$$

- Polinomio opuesto:** Es el polinomio dado, pero con signos contrarios cada uno de sus términos. Ejemplo:

(Polinomio dado)

$$p(x) = 3m^4 + 2n^2 - mn$$

(Opuesto del polinomio)

$$-p(x) = -3m^4 - 2n^2 + mn$$

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN

PROPIEDAD	DEFINICIÓN	EJEMPLO
Clausurativa	$P(x) + Q(x) = R(x)$ La suma de dos expresiones algebraicas da como resultado otra expresión algebraicas	$P(x) = x - 2x^2$; $Q(x) = 3x + 5x^2$ $(x - 2x^2) + (3x + 5x^2) = 4x + 3x^2$
Asociativa	$[P(x) + Q(x)] + R(x) =$ $P(x) + [Q(x) + R(x)]$ <i>Si se tiene más de dos expresiones algebraicas se pueden agrupar de diferentes maneras y se obtendrá el mismo resultado</i>	$P(x) = a + ab$; $Q(x) = -3a - 3b$; $R(x) = 2ab + 5b$ $[(a + ab) + (-3a - 3b)] + (2ab + 5b) =$ $[-2a + ab - 3b] + (2ab + 5b) = -2a + 3ab + 2b$ $(a + ab) + [(-3a - 3b) + (2ab + 5b)] =$ $(a + ab) + (-3a + 2b + 2ab) = -2a + 3ab + 2b$
Existencia de elemento neutro	<i>Existe el polinomio $0(x)$ tal que $P(x) + 0(x) = P(x)$</i>	$P(x) = y^3 + 2x - 4$, $0(x) = 0y^3 + 0x - 0$ $(y^3 + 2x - 4) + (0y^3 + 0x - 0) = y^3 + 2x - 4$
Existencia del elemento simétrico u opuesto.	$P(x) + [-P(x)] = 0(x)$ <i>Una expresión algebraica sumada con su opuesta da como resultado el polinomio $0(x)$</i>	$P(x) = y^3 - y - 2$; $-P(x) = -y^3 + y + 2$ $(y^3 - y - 2) + (-y^3 + y + 2) = 0y^3 + 0y + 0 = 0$
Conmutativa	$P(x) + Q(x) = Q(x) + P(x)$ El Orden en que se sumen las expresiones algebraicas no altera la suma	$(x^2 - 6x) + (3x^2 + x) = 4x^2 - 5x$ $(3x^2 + x) + (x^2 - 6x) = 4x^2 - 5x$

ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Ver video 1, de la carpeta **SESIÓN 2. Sobre propiedades de la adición.**
2. Ingresar al siguiente enlace y hacer la práctica sobre propiedades de la adición, indicar cuantos correctos e incorrectos obtuvieron:
<http://www.aaamaticas.com/pro74ax2.htm#section2>

“Por la ignorancia se
desciende a la servidumbre, por
la educación se asciende a la
libertad”



SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Para realizar la sustracción entre dos o más expresiones algebraicas, se deja el minuendo tal cual está dado y luego se suma con el inverso aditivo u opuesto del sustraendo, el cual se obtiene cambiando el signo de cada uno de los términos de este.

Ejemplos:

1. Hallar: $P(a) - Q(a)$, si $P(a) = -4a^3 + 1$ y $Q(a) = 3a^3 + 2a^2 - 5$

Solución 1: **Método vertical**

$$\begin{array}{rcl}
 P(a) & = & -4a^3 \quad + 1 \quad (\text{minuendo, con signos iguales}) \\
 - Q(a) & = & -3a^3 - 2a^2 + 5 \quad (\text{sustraendo, con signos opuestos}) \\
 \hline
 P(a) - Q(a) & = & -7a^3 - 2a^2 + 6 \quad (\text{DIFERENCIA})
 \end{array}$$

Solución 2: **Método horizontal**

$$\begin{aligned}
 P(a) - Q(a) &= (-4a^3 + 1) - (3a^3 + 2a^2 - 5) && \text{Se escriben en paréntesis las expresiones} \\
 &= -4a^3 + 1 - 3a^3 - 2a^2 + 5 && \text{Se destruyen paréntesis, el minuendo queda con sus signos iguales y el sustraendo con signos opuestos} \\
 &= -4a^3 - 3a^3 - 2a^2 + 1 + 5 && \text{Por propiedad conmutativa se organizan términos} \\
 P(a) - Q(a) &= -7a^3 - 2a^2 + 6 && \text{Se reducen términos semejantes como en la suma}
 \end{aligned}$$

2. Escribir la operación correspondiente y hallar la diferencia:

a) De $2x^3 - x^2$ resta $-3x^3 - 4x^2$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } (2x^3 - x^2) - (-3x^3 - 4x^2) &= && \text{Operación correspondiente} \\ &= 2x^3 - x^2 + 3x^3 + 4x^2 && \text{Resolviendo por método horizontal} \\ &= 5x^3 + 3x^2 \end{aligned}$$

b) Restar $-2y^2 + 7$ de $10y^2 - 13$

$$\begin{aligned} \text{Solución: } (10y^2 - 13) - (-2y^2 + 7) &= \\ \begin{array}{r} 10y^2 - 13 \\ 2y^2 - 7 \\ \hline 12y^2 - 20 \end{array} && \begin{array}{l} \text{Operación correspondiente} \\ \text{Resolviendo por método vertical} \end{array} \end{aligned}$$

ACTIVIDAD DE REFUERZO



1. Escribir las siguientes expresiones en forma de operación y hallar su diferencia:

a. De $10xy^2$ restar $-4xy^2$

b. Restar $15ab$ de $-2ab$

2. Ver video 3, sobre sustracción de expresiones algebraicas, ubicado en la carpeta SESIÓN 2.

3. Entrar al enlace sugerido, resolver en el cuaderno, mínimo tres restas de expresiones algebraicas dadas en la página y comparar su respuesta con la que obtienen en la aplicación; <https://www.intermatia.com/ejercicios/PL001/>



*"La amistad duplica
las alegrías y divide las
tristezas por la mitad"*

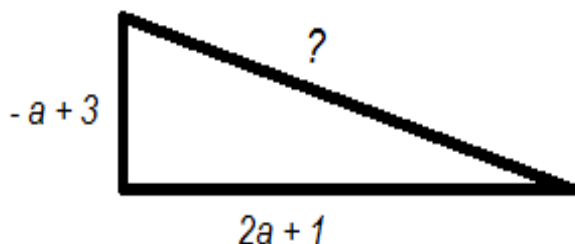
Sir. Francis Bacon

ALGUNAS APLICACIONES

1. Encontrar uno de los lados de una figura si se tienen los demás y el perímetro de la misma

Ejemplo:

Si un hombre cercó un corral con una cantidad de alambre expresada por el polinomio $4a + 2$, ¿Cuál es la expresión que representa el lado faltante en la figura dada?



Solución: $P = L_1 + L_2 + L_3$

$$P = 4a + 2,$$

$$L_1 = -a + 3 \quad (\text{información dada})$$

$$L_2 = 2a + 1$$

$$L_3 = P - L_1 - L_2 \quad (\text{Operación que se utiliza})$$

$$L_3 = (4a + 2) - (-a + 3) - (2a + 1)$$

R/ La expresión del lado faltante en la figura es $3a - 2$

2. Encontrar la expresión resultante de $M - N - L$, teniendo en cuenta que:

$$M = 2x^2 + 5x - 2$$

$$N = -x^2 - 4x - 10$$

$$L = -3x^2 + x$$

$$M - N - L = (2x^2 + 5x - 2) - (-x^2 - 4x - 10) - (-3x^2 + x)$$

$$= 2x^2 + 5x - 2 + x^2 + 4x + 10 + 3x^2 - x$$

$$= 2x^2 + x^2 + 3x^2 + 5x + 4x - x + 10 - 2$$

$$M - N - L = 6x^2 + 8x + 8$$

3. Indicar la expresión que falta en una sustracción o adición

Completar el término que falta en la operación:

$$\begin{array}{r} \boxed{} \quad M \\ - (2x + 8y + 1) \quad S \\ \hline 3x - 9y + 3 \quad D \end{array}$$

Solución: $M - S = D$, $M = D + S$, $S = M - D$

$$M = (2x + 8y + 1) + (3x - 9y + 3) = 5x - y + 4$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r} 5x - y + 4 \\ - (2x + 8y + 1) \\ \hline 5x - y + 4 \\ - 2x - 8y - 1 \\ \hline 3x - 9y + 3 \quad L.p.d \end{array}$$



PARA REFORZAR LOS TEMAS TRATADOS:

1. Ingresar al enlace siguiente y ver los videos sugeridos.

<http://www.matematicatuya.com/NIVELACION/ALGEBRA/S1.html>

2. Ver videos 2, recomendado en carpeta SESIÓN 2

ACTIVIDAD No. 2: PROPIEDADES DE LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS 🍌

Nombres: _____

Fecha: _____ Grado: _____ Grupo No: _____

1. Elaboren un mapa conceptual con las propiedades de la adición de expresiones algebraicas.

2. Completar los siguientes enunciados, teniendo en cuenta las propiedades de la adición.

a. Según la propiedad _____ el polinomio opuesto a $P(y) = -2y^2 + 9y + 1$ es: _____

b. Si sumo el polinomio ____ a $x+1$, vuelvo y obtengo $x+1$, por la propiedad _____

c. La igualdad $y^3 - 2y =$ _____, es cierta por la propiedad _____

d. La igualdad $(xy + x^2) + (__ + 2xy) = (__ + 2xy) + (x^2 - 3x^2)$, se cumple gracias a las propiedades _____ y _____

3. Observen las figuras del 1 al 5. Cada una de ellas está construida uniando varios segmentos de longitudes a y b, teniendo en cuenta que:



1



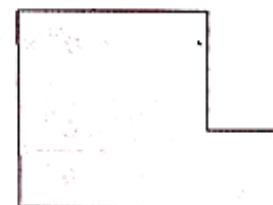
2



3



4



5

El perímetro de la figura 5 escrito como expresión algebraica, en términos de las longitudes a y b es:

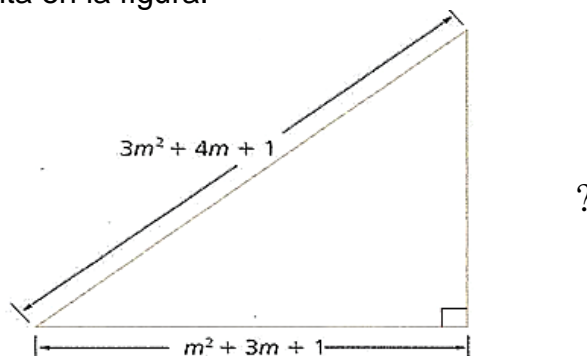
a. $a^2 + b^2$

b. $4a + 4b$

c. $4a + 2b$

d. $2a + 4b$

4. El total de cerca requerida para un corral que tiene la forma de la figura dada, está expresada por el polinomio $5m^2 + 8m + 6$. Encuentren el polinomio que representa la medida de la cerca que falta en la figura.



5. Escriban si las siguientes proposiciones son faltas (F) o verdaderas (V), **justifiquen las razones de su opción:**

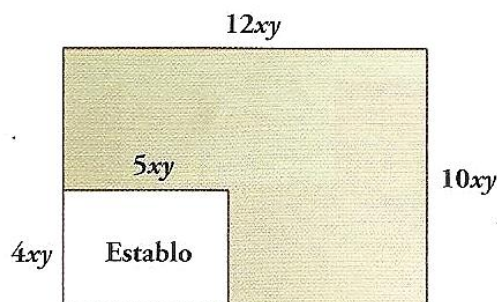
a. El opuesto del polinomio $-7xy + 11y$ es el polinomio $7xy - 11y$ ()

b. $3x^4 - 2x = x^3$ ()

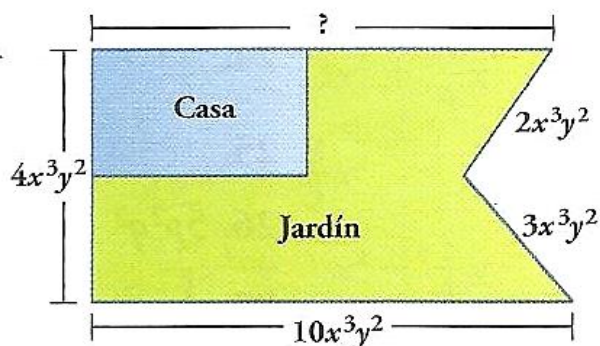
c. Al restar $28xy^2$ de $35xy^2$, se obtiene $-7xy^2$ ()

6. Resuelvan los siguientes problemas, indicando los pasos seguidos en cada uno, procurando explicar, los pasos que siguieron para darles solución, en lo posible detallar todas las ideas que hayan surgido.

a. El señor López construye un establo y deja una zona verde para que su ganado puedan caminar, como se muestra en el plano. El señor quiere cercar el perímetro de la zona verde con hileras de alambre. Determina mediante una expresión algebraica la cantidad de alambre que el señor López necesita.



b. ¿Cuál será la expresión algebraica que representa la medida del lado que hace falta al lote, teniendo en cuenta que el perímetro de todo el terreno es de $30x^3y^2$?



7. Determinen cuál es la expresión algebraica que falta cada caso:

a. $10xyz - \boxed{} = 15xyz$

b. $(3m^2 + 11m) - \boxed{} = -4m^2 + 6m$

8. Escriban las operaciones correspondientes y luego hallen su diferencia

a. Restar $7mn^2$ de $-3mn^2$

b. Restar $12n^2 - n$ de $-7n^2 + 2n$

c. De $-6t^3 + 2t - 2$ restar $4t^3 - 2t - 5$

9. Determinar el polinomio que resulta de la expresión $F - G - H$, teniendo en cuenta que:

$$F = -w^2 + 3w - 1$$

$$G = 9w^2 - w - 8$$

$$H = -10w^2 + 12w$$

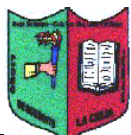
10. Resolver las siguientes sustracciones e indicar **las propiedades** que observan se aplican en su desarrollo.

a. $(3p^2 + 1) - (5p^3 + 3p^2 + 1)$

b. $(-3v^5 - 2v^3 - 6v) - (3v^5 + 2v^3 + 6v)$

A.4. EVALUACIONES APLICADAS

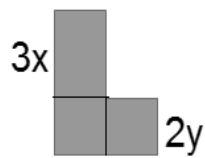
A.4.1. PRETEST

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE” “CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”
-----------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------

PRETEST ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

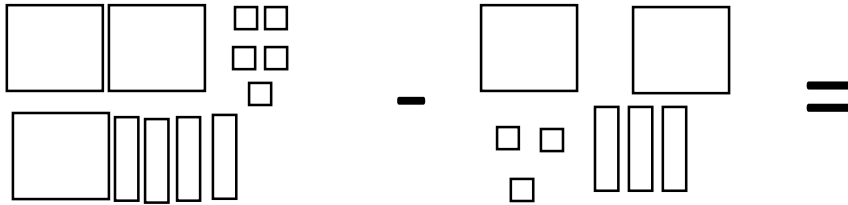
NOMBRE: _____ FECHA: _____ GRADO: _____ SEXO: F ____ M ____ EDAD: _____

En las preguntas de la 1 a la 4 marque con una **X** la repuesta que considera correcta.
Justifique su opción.

<p>1. Sean los polinomios: $p(x) = 2 + x$ $q(x) = 1 - 3x + x^2$</p> <p>al sumarlos se obtiene el polinomio:</p> <p> <input type="radio"/> a. $3 - x$ <input type="radio"/> b. $x + x^2$ <input type="radio"/> c. $3 - 2x + x^2$ <input type="radio"/> d. $3 - x^4$ </p>	<p>2. Un trabajador debe cercar un terreno que tiene la forma de la figura dada. Qué expresión indica la cantidad de cera que necesitará.</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <input type="radio"/> a. $6x + 16y$ <input type="radio"/> b. $6x + 12y$ <input type="radio"/> c. $10xy$ <input type="radio"/> d. $18xy$ </div>  </div>
<p>3. Determinar el polinomio que resulta en la expresión $A - B - C$, si:</p> $A = m + n - w$ $B = 2m - 4n + 2w$ $C = -m - 2n - 4w$ <p> <input type="radio"/> a. $4m - 7n - 7w$ <input type="radio"/> b. $4m^3 - 5n^3 - 3w^3$ <input type="radio"/> c. $-3m - 5n$ <input type="radio"/> d. $7n + w$ </p>	<p>4. Con las baldosas dadas y sus áreas, construir el polinomio que representa el modelo.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">u^2</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$4uv$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$4uv$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">r^2</div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; gap: 10px; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">u^2</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$4uv$</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">$4uv$</div> </div> <p> <input type="radio"/> a. $2u^2 + 16uv + r^2$ <input type="radio"/> b. $2u^4 + 4uv + r^2$ <input type="radio"/> c. $3u^2r^2 + 16uv$ <input type="radio"/> d. $15u^6pr$ </p>

5. Escribir el polinomio de cada modelo y luego encontrar la suma de los dos polinomios; dibujarlos y escribir su expresión. Considerar que las figuras negras toman valor negativo, Además:

- a. El cuadrado grande corresponde a x^2
- b. El cuadrado pequeño corresponde a y^2
- c. El rectángulo equivale a xy



Expresión algebraica

_____ - _____ = _____

6. Simplificar la siguiente expresión, indicando las propiedades que se aplican para tal fin:

$$(3t^3 + 2t^2 - t) - (t^3 + 2t^2 + 2t)$$

7. Completar los espacios en blanco, con expresiones que hagan verdadera la igualdad.

a. $xy + \boxed{} = 0$

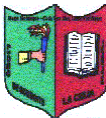
b. $\boxed{} + m^2 = m^2$

c. $y^2 + x^2 + 2xy = x^2 + 2xy + \boxed{}$

d. $(2a + b) + 3a = (2a + \boxed{}) + b = \boxed{} + b$

8. Resta $-3y^2 + 5y - 3$ de $5y^3 + y^2 - 2y$:

A.4.2. AUTOEVALUACIÓN

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE” “CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”
-----------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------

FICHA DE AUTOEVALUACIÓN


Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

Apreciado (a) estudiante, valore lo más sincera y honestamente que le sea posible los siguientes aspectos de cada enunciado, marcando una X en su opción.

N o.	ASPECTOS OBSERVADOS	Nunca	La mayoría de veces no	La mayoría de veces si	Siempre
1	Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuándo realizamos las actividades propuestas				
2	Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro				
3	Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades				
4	Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas				
5	Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observa otras formas de explicar los temas				
6	Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades				
7	Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas				
8	Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo				
9	Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas				
10	Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos				

Observaciones: _____

A.4.3. COEVALUACIÓN

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE” “CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”
-----------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------

FICHA DE COEVALUACIÓN

Nombre del evaluador: _____ Grado: _____ Fecha: _____


Apreciado (a) estudiante, valore lo más sincera y honestamente que le sea posible los siguientes aspectos de cada enunciado, marcando una X en su opción.

Nombre del compañero a evaluar: _____

No	ASPECTOS OBSERVADOS	Nunca	La mayoría de veces	La mayoría de veces si	Siempre
1	Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas				
2	Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades				
3	Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas				
4	Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas				
5	Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas				
6	Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes				
7	Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas				
8	Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje				
9	Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones				
10	Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas				

Observaciones:

A.4.4. EVALUACIÓN A LA DOCENTE Y AL AMBIENTE DE APRENDIZAJE

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE” “CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”
-----------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------

FICHA DE EVALUACIÓN A LA DOCENTE Y AL ENTORNO DE APRENDIZAJE

Nombre: _____ Grado: _____ Fecha: _____

Apreciado (a) estudiante, valore lo más sincera y honestamente que le sea posible los siguientes aspectos de cada enunciado, marcando una X en su opción.

Considera que:

N o.	ASPECTOS OBSERVADOS	Nunca	La mayoría de veces no	La mayoría de veces si	Siempre
1	La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas				
2	La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades				
3	Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas				
4	Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad				
5	Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas				
6	El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente				
7	Son claros los objetivos planteados por la docente				
8	Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades				
9	Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas				
10	Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones				

Observaciones: _____

A.4.5. POSTEST



INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LICEO DE OCCIDENTE”
“CADA VEZ MÁS, CADA VEZ MEJOR”

POSTEST ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE POLINOMIOS

NOMBRE: _____ FECHA: _____ GRADO: _____ SEXO: F _____ M _____ EDAD: _____

Señala con una X la respuesta que consideras es la correcta. **Justifica tu opción.**

1. Observa los polinomios:

$$p(x) = 2 + x$$

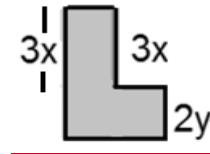
$$q(x) = 1 - 3x + x^2$$

al sumarlos se obtiene el polinomio:

- ☐ a. $3 - x$
☐ b. $x + x^2$
☐ c. $3 - 2x + x^2$
☐ d. $3 - x^4$

2. Un trabajador debe cercar un terreno que tiene la forma de la figura dada. ¿Qué expresión indica la cantidad de cerca que necesita?

- ☐ a. $6x + 16y$
☐ b. $6x + 12y$
☐ c. $10xy$
☐ d. $18xy$



3. Determina el polinomio que resulta de la expresión $A - B - C$, si:

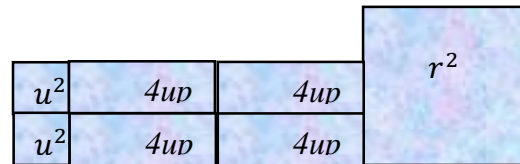
$$A = m + n - w$$

$$B = 2m - 4n + 2w$$

$$C = -m - 2n - 4w$$

- ☐ a. $4m - 7n - 7w$
☐ b. $4m^3 - 5n^3 - 3w^3$
☐ c. $-3m - 5n$
☐ d. $7n + w$

4. Con las áreas de las baldosas, construye el polinomio que representa el área total.



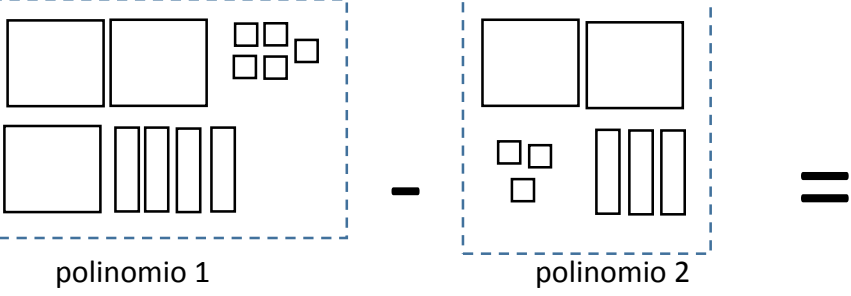
- ☐ a. $2u^2 + 16up + r^2$
☐ b. $2u^4 + 4up + r^2$
☐ c. $3u^2r^2 + 16up$
☐ d. $15u^6pr$

5. i) Escribe sobre cada figura el monomio que corresponde a su área. ii) Luego expresa el área total como un polinomio. (llamados polinomio 1 y polinomio 2). iii) Calcula la **DIFERENCIA** del polinomio 1 y el polinomio 2.

Observa que:

- a. El cuadrado grande corresponde a x^2
- b. El cuadrado pequeño corresponde a y^2
- c. El rectángulo equivale a xy

i)



ii) ii) iii)

6. Simplifica la siguiente expresión, indicando las propiedades que se aplican para tal fin:

Procedimiento	Propiedad
$(3t^3 + 2t^2 - t) - (t^3 + 2t^2 + 2t)$	

7. Completa los espacios en blanco, con expresiones que hagan verdadera la igualdad.

- a. $3y + \square = 0$
- b. $\square + m^2 = m^2$
- c. $y^2 + x^2 + 2xy = x^2 + 2xy + \square$
- d. $(2a + b) + 3a = (2a + \square) + b = \square + b$

8. Escribe la operación correspondiente y hallar su diferencia:

Resta $-3y^2 + 5y - 3$ de $5y^3 + y^2 - 2y$:

A. 5. Tabulación de las evaluaciones AC y ABP

A. 5.1. Autoevaluación 802 en el AC

ESTUDIANTE	AUTOEVALUACIÓN 802																																									
	NUNCA										LA MAYORÍA DE VECES NO										LA MAYORÍA DE VECES SI										SIEMPRE											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1											1		1									1	1	1	1	1													1	1		
2											1	1		1		1			1				1		1		1												1			
3											1				1	1						1		1			1		1							1				1	1	
4	1			1										1						1		1	1			1	1	1	1													
5															1	1						1	1			1	1	1	1												1	
6					1			1			1											1									1			1	1		1	1				
7												1			1	1						1		1			1	1	1												1	
8												1				1						1		1	1		1	1	1												1	
9											1			1		1			1	1			1	1		1	1					1										
10															1							1	1	1	1		1	1	1	1	1											
11				1								1		1							1				1	1	1								1						1	
12											1		1			1						1			1			1								1					1	
13					1									1								1	1		1		1								1							
14															1							1	1		1			1	1	1						1					1	
15											1					1	1		1				1	1	1	1												1			1	
16											1	1		1		1							1		1		1											1			1	
17																						1		1		1					1			1	1		1	1	1			
18	1							1		1				1								1		1		1	1															
19				1								1										1		1		1	1										1				1	
20																		1		1		1	1		1		1															
21																						1	1		1	1		1	1													
22																						1															1					
23											1												1			1	1	1		1									1			1
24																						1	1		1	1		1	1	1											1	

A.5.3. Evaluación a la docente y el entorno de aprendizaje en el AC 802

[illegible]

A.5.4. Pretest y posttest en el AC 802

	PRETEST 802											
	PREGUNTA											
Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7a	7b	7c	7d	8	
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
2	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	
7	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
8	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	
9	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
10	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	
11	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	
12	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
13	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
14	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
15	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	
16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	
18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
19	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
20	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	
21	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
22	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	
23	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
24	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	

	POSTEST 802											
	PREGUNTA											
Estudiantes	1	2	3	4	5	6	7a	7b	7c	7d	8	
1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	
3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	
4	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	
9	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	
10	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	
11	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
14	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	
15	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	
16	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
17	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	
18	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
19	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	
20	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	
21	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	
22	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	
23	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	
24	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	

A.5.6. Coevaluación en el ABP 801

ESTUDIANTES	OPCIONES DE PREGUNTA COEVALUACIÓN 801																																								
	NUNCA										LA MAYORÍA DE VECES NO										LA MAYORÍA DE VECES SI										SIEMPRE										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1														1	1				1	1																					
2																					1				1		1	1		1		1		1							
3					1		1						1							1	1			1														1	1		
4									1			1		1		1					1				1											1	1		1		
5											1	1	1	1	1		1									1		1													1
6											1			1						1	1			1	1		1	1		1	1										
7																		1	1		1	1	1																		
8											1											1			1											1		1	1	1	1
9																	1					1	1	1												1	1	1	1	1	
10																					1		1	1		1		1		1											
11																					1	1			1													1	1	1	
12						1			1																1																
13																					1	1		1				1		1							1		1		
14																						1	1	1		1	1			1	1										
15																					1	1	1			1	1											1	1		
16																							1		1		1	1		1							1	1			
17																					1		1		1	1	1	1											1	1	
18																									1		1											1	1	1	
19																								1	1	1		1	1	1									1	1	
20																									1		1	1	1		1									1	
21																								1	1		1	1	1	1										1	
22																								1	1	1	1	1		1	1								1		
23											1				1	1	1		1		1				1			1													
24						1		1			1	1													1	1														1	1
25																								1	1		1	1		1										1	
26																									1	1	1	1	1	1									1		
27	1								1		1			1	1	1									1				1												
28											1					1										1		1	1		1									1	

A.5.7. Evaluación a la docente y el entorno de aprendizaje en el ABP 801

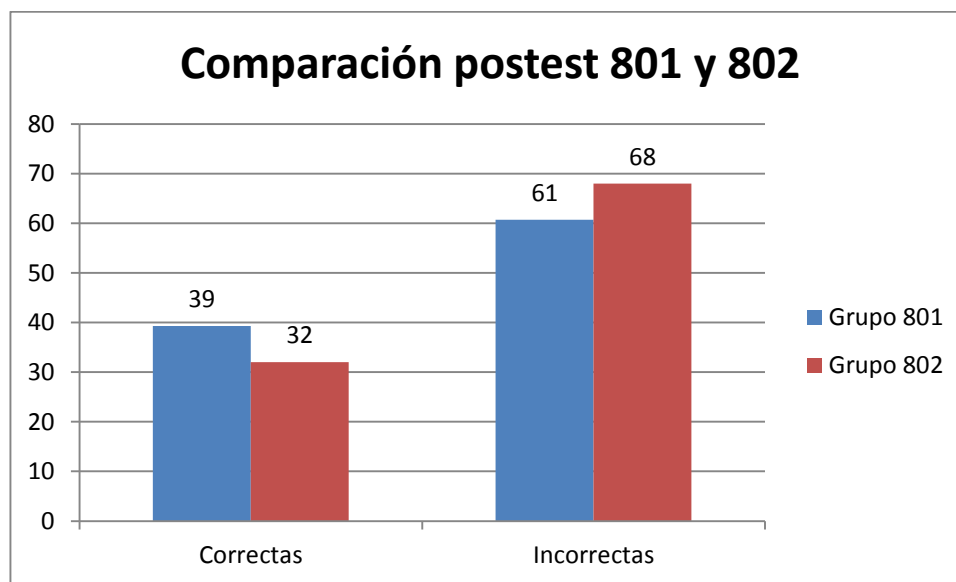
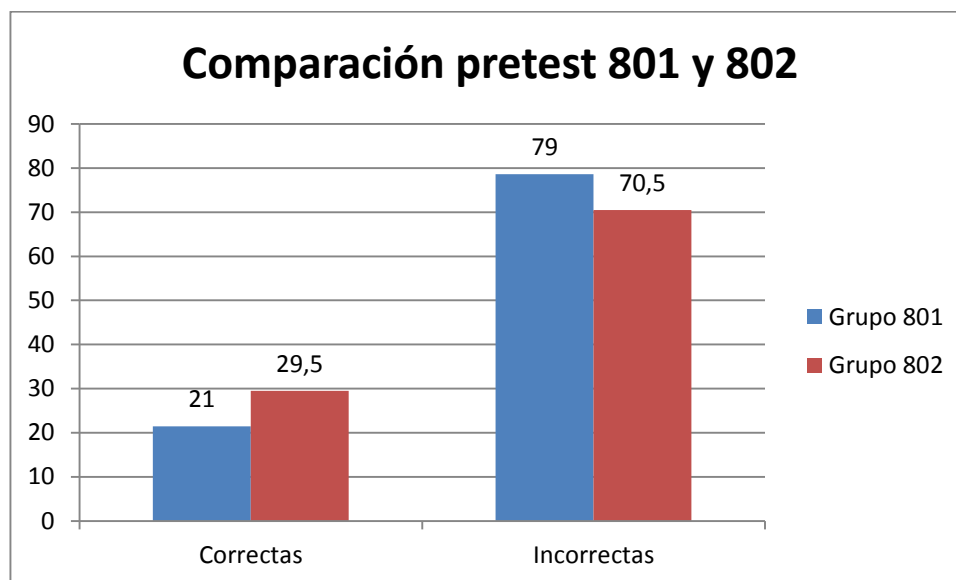
[illegible]

A.5.8. Pretest y posttest en el ABP 801

Estudiantes	PRETEST 801												
	PREGUNTA												
	1	2	3	4	5	6	7a	7b	7c	7d	8		
1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0		
2	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0		
3	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
6	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
7	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0		
8	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0		
9	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
10	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
11	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
12	0	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0		
13	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
14	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0		
15	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0		
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
17	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0		
18	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0		
19	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0		
20	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0		
21	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
22	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
23	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		
24	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
25	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
26	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0		
27	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
28	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		

Estudiantes	POSTEST 801												
	PREGUNTA												
	1	2	3	4	5	6	7a	7b	7c	7d	8		
1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0		
2	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0		
3	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0		
4	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
5	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0		
6	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0		
7	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0		
8	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0		
9	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1		
10	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0		
11	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0		
12	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1		
13	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0		
14	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0		
15	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	1		
16	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0		
17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		
18	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		
19	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0		
20	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0		
21	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0		
22	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0		
23	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0		
24	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0		
25	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0		
26	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0		
27	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0		
28	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0		

A.6. COMPARACIÓN PRETEST Y POSTEST 801 ABP Y 802 AC.



A.7. IMÁGENES DE LAS ACTIVIDADES EN LOS AMBIENTE DE APRENDIZAJE.





ANEXO A.8.

CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE DATOS

Puesto que el enfoque de esta investigación es cualitativo, la técnica de análisis de datos que más se ajusta es la descriptiva. Según Hernández et al (2006), define las siguientes características fundamentales para un análisis de este tipo y que concuerdan con la naturaleza de los datos recolectados en el presente estudio. Algunas de ellas se describen a continuación:

[...] 2. Los propósitos centrales del análisis cualitativo son:

- Darle estructura a los datos (Patton, 2002), lo cual implica organizar las unidades, las categorías, los temas y los patrones (Grinnell, 1997).
- Describir las experiencias de las personas estudiadas bajo su óptica, en su lenguaje y con sus expresiones (Grinnell, 1997, Creswell, 2005).
- Comprender en profundidad el contexto que rodea los datos.
- Interpretar y evaluar unidades, categorías, temas y patrones (Patton, 2002).
- Explicar ambientes, situaciones, hechos, fenómenos (Baptiste, 2001).
- Reconstruir historias (Baptiste, 2001).
- Encontrar sentido a los datos en el marco del planteamiento del problema
- Relacionar los resultados del análisis con la teoría fundamentada o construir teorías (Charmaz, 2000; Baptiste, 2001) [...] (p. 624).

En la medida en que el investigador diseña su propio análisis de los datos recolectados, tiene mayor flexibilidad a la hora de extraer conclusiones en torno al problema planteado, lo anterior concuerda cuando Hernández et al. (2006), menciona que:

[...] Más que seguir una serie de reglas y procedimientos concretos sobre cómo analizar los datos, el investigador construye su propio análisis. La interacción entre la recolección y el análisis nos permite mayor flexibilidad en la interpretación de los datos y adaptabilidad cuando elaboramos las conclusiones (Coleman y Unrau, 2005). Debe insistirse: el análisis de los datos no es predeterminado, sino que es "prefigurado, coreografiado o esbozado". Es decir, se comienza a efectuar bajo un plan general, pero su desarrollo va sufriendo modificaciones de acuerdo con los resultados (Dey, 1993). Dicho de otra forma, el análisis es moldeado por los datos (lo que los participantes o casos van revelando y lo que el investigador va descubriendo). [...] (p. 624).

4.1 Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje colaborativo AC grado 802

A continuación se analizan e interpretan la unidad didáctica, su aplicación y los resultados recolectados al aplicar las evaluaciones correspondientes a la autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje y el pretest y postest; aplicados a los estudiantes del grado 802 en el ambiente de aprendizaje AC.

4.1.1. Sesión uno

4.1.1.1 Inicio sesión uno

Tabla 90. Análisis e interpretación del inicio de la sección uno de la unidad didáctica del AC grado 802.

No.	Análisis	Interpretación
I.1 ⁵ .	Previamente a las Sesiones de clase se aplicó un pretest, como evaluación diagnóstica para conocer los saberes previos de los estudiantes, acerca del concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, para a partir de estos, diseñar la guía de aprendizaje y las actividades que permitan alcanzar los objetivos de aprendizaje propuestos. Se logró aplicar al 100% de los estudiantes los cuales presentaron una actitud positiva frente al mismo.	Lo que significa que esta actividad se desarrolló basada en uno de los principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje, el cual hace referencia a las habilidades, actitudes y conocimientos que aportan los estudiantes, así como en la perspectiva de ambiente centrada desde quien aprende, como lo afirman (Boettcher, 2007); (Bransford et al., 2007). Los datos obtenidos en el pretest se analizan más adelante.
I.2.	La sesión uno se inició con la conformación de grupos de tres estudiantes cada uno, a cada grupo se le asignó un portátil, en el cual se encuentran los materiales de apoyo para la clase. Además, se asignaron los roles que cada integrante desempeñará dentro del grupo colaborativo, dichos roles fueron: moderador, secretario y relator, cada uno de ellos explicado debidamente al grupo.	Lo anterior significa que esta etapa se desarrolló teniendo en cuenta las características del AC, el concepto de constructivismo social y dos de los componentes del AC, como son: compartir y construir, según (Calzadilla, 2002); (Serrano & Pons, 2011); (Gómez, & Pérez, 2011).
I.3.	Previo al desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes, la docente e investigadora manifiesta que, aunque	Lo que significa que se tuvo en cuenta durante la sesión los puntos de vista interpersonales, para llegar a acuerdos con relación a ideas y

⁵ I.1. Interpretación uno.

	deben trabajar colaborativamente para alcanzar los objetivos propuestos, así como de manera autónoma, estará atenta para guiarlos, apoyarlos, discutir inquietudes con los grupos.	problemas que surgieron, pues como afirman (Gómez & Pérez, 2011), la negociación dialógica potencia el aprendizaje colaborativo y de este modo todos los implicados en el proceso educativo pueden aprender y enseñar.
I.4.	Al inicio de la sesión uno, con apoyo del video proyector, se hizo una reseña histórica sobre la cronología de las operaciones con expresiones algebraicas y algunos matemáticos relacionados con el desarrollo de éstas, tales como: Al-Karaji y Francois Vietá.	Lo que significa que como lo exponen (Cubero, 2005); (Bransford et al., 2007), la escuela es un escenario sociocultural, en el cual se deben incluir contextos físicos y sociales, para que se den discursos regulados por la cultura escolar y además lograr que los estudiantes en actividades conjuntas, se apropien de los recursos de la cultura. Para lo anterior, se usó el computador, en la proyección de una presentación de PPT ⁶ , para la introducción a la sesión y (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008).
I.5.	La aplicación de la sesión uno, se llevó a cabo en la sala de sistemas, por ser el lugar idóneo dentro de la institución para tal fin; allí los grupos se organizaron alrededor de las dos mesas grandes que la conforman. Además, se permitió que los estudiantes escogieran los integrantes en sus grupos.	Lo que significa que se tuvo en cuenta, en el diseño de la unidad didáctica, nociones del ambiente de aprendizaje, tales como: a. El entorno, que comprende todo lo que abarca el proceso educativo, además de elementos de infraestructura y materiales para la clase, como aspectos físicos, afectivos y sociales, de los estudiantes. b. El ambiente, que es el espacio donde se lleva a cabo la actividad educativa, en este caso es de tipo aúlico con apoyo del TIC (Computador). Lo anterior teniendo en cuenta lo afirmado por (Vité, 2012).
I.6.	Se hizo el diseño de la sesión de modo que se permitiera durante las clases la interacción de los estudiantes, con el contenido, el conocimiento y el maestro. El ambiente creado fue simple, de acuerdo a las características del grupo y los recursos con que cuenta la institución educativa Liceo de Occidente, aunque procurando favorecer y equilibrar los niveles de habilidad entre los estudiantes y los recursos puestos a su disposición.	Lo que significa que la actividad de diseñar la sesión, se desarrolló teniendo en cuenta principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje: ofrecer diferentes opciones de interacción para los estudiantes, actividades grupales, favoreciendo canales de comunicación, colaboración y compromiso, como lo describe (Boettcher, 2007).
I.7.	El conocimiento conceptual en la sesión uno, correspondió a la adición de monomios, polinomios y en general expresiones algebraicas, y como conocimiento procedimental, algunas de sus aplicaciones. Los conocimientos se propusieron por considerarse básicos en la enseñanza del álgebra en grado octavo.	Lo que significa que se tuvo en cuenta un elemento del constructivismo: El contenido, como conocimiento conceptual, según lo expuesto por (Serrano & Pons, 2011); (Díaz & Hernández, 2002). Además, corresponden a un principio básico del diseño de ambientes de aprendizaje, el centrado el contenido, como foco de la experiencia de aprendizaje, según (Boettcher, 2007). Asimismo, refiere a un

⁶ PPT: Power Point

	componentes de la comprensión, los tópicos generativos según (Stone, 1999), tales como: saberes previos (Grado, términos semejantes, polinomio, igualdad de polinomios, expresión algebraica) y los saberes que por medio de la consulta comprenderán mejor, tales como: sumar monomios y polinomios, usando método vertical u horizontal, y su aplicación en situaciones de perímetro y área, según (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Ayres, 2003); (Torres & otros, 2000); (Herstein, 1980); (Ramírez et al., 2013)
I.8.	<p>Los objetivos planteados en la sesión, fueron de tipo conceptual, procedimental y actitudinal, se propusieron con el fin de establecer las metas de comprensión a lograr y favorecer la comprensión del concepto de adición de expresiones algebraicas.</p> <p>Lo que significa que fueron elaborados para que los estudiantes reconozcan el propósito de las actividades propuestas y se apropien de su significado como lo afirma (Gallardo, 2004). Además, su elaboración tuvo en cuenta la perspectiva de ambientes de aprendizaje centrada en el conocimiento de la adición de expresiones algebraicas, monomios y polinomios, según (Bransford et al, 2007) y las metas de comprensión como componente de la comprensión, según (Stone, 1999).</p>
I.9.	<p>La planeación y construcción de los temas, objetivos y actividades de la sesión, principalmente están relacionados con concepciones del constructivismo y de ambientes de aprendizaje o clima de aula. Teniendo en cuenta las características de la institución, y los estudiantes que participaron del estudio, con el fin de crear un espacio que favoreciera la comprensión del tema de adición de expresiones algebraicas.</p> <p>Lo que significa que se tuvo en cuenta cómo se desarrollan el conocimiento conceptual y procedimental, en sus niveles intermental e intrapsicológico, cuando el sujeto actúa en un entorno estructurado e interactuando con otros, y su zona potencial, como lo afirman (Vigotsky Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Díaz & Hernández, 2002). Así como, nociones y principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje, clima de aula como variable con efectos significativos en el aprendizaje según (Vité, 2012); (López, 2015); (Bransford et al., 2007).</p>
I.10.	<p>El papel que jugó la docente investigadora, atendió a aspectos relacionados con el clima de aula positivo, que favoreciera la organización, motivación y aprendizaje de los estudiantes, apoyándose en la metodología, el uso de materiales y la forma de comunicación con los estudiantes, permitiendo interacciones positivas con ellos, que permitieran la construcción de sus propios significados y creencias.</p> <p>Lo que significa que la docente planeó y desarrolló su papel dentro del grupo: siendo responsable de proporcionar un clima de aula positivo, organizando el espacio de la clase, la metodología y el uso de materiales, estableciendo una comunicación relacional con los estudiantes, teniendo en cuenta sus conocimientos previos para construir puentes con el nuevo conocimiento. Basada en las concepciones de (López, 2015); (Boettcher, 2007); (Bransford et al., 2007)</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.1.2. Desarrollo de la sesión uno

Tabla 91. Análisis del desarrollo de la sesión uno de la unidad didáctica del AC del grado 802.

No.	Análisis	Interpretación
I.11.	En el desarrollo de la clase, se solicitó a los grupos que constantemente revisaran los conocimientos conceptuales que iban alcanzando de manera grupal, y que decidieran los apuntes que fueran importantes tomar y cómo se encontraba el grupo, respecto a la comprensión de los conceptos y uso de los recursos ofrecidos en la guía de aprendizaje.	Lo que significa que en el proceso de aprendizaje se reconoció que se debía brindar a los estudiantes apoyo en la construcción del conocimiento conceptual, de la adición de expresiones algebraicas y sus aplicaciones, a través de procesos de interacción e interactividad; teniendo en cuenta al constructivismo como enfoque educativo que favorece la construcción de competencias y el desarrollo de procesos de aprendizaje de los conceptos, principios y explicaciones, propuestos. Como lo afirman (Serrano y Pons, 2011); (Díaz & Hernández, 2002).
I.12.	A lo largo de la guía uno de aprendizaje, de adición de expresiones algebraicas, se van proponiendo actividades de refuerzo, para que los estudiantes vayan practicando lo que van aprendiendo. En estas actividades, se ofrece apoyo de diferentes recursos, tales como: guía de aprendizaje digital, videos, páginas de internet interactivas, y ejercicios cortos.	Lo que significa que en el diseño de la clase y sus actividades, se involucró a los estudiantes para que pusieran en práctica la comprensión que iban alcanzando, esto es, fueran desarrollando sus conocimientos procedimentales, apoyados en el computador y recursos como: la guía de aprendizaje digital, páginas de internet, videos sobre introducción al álgebra y sobre adición de polinomios. Lo que permite además vincular directamente las metas de comprensión, al aplicar y desarrollar la comprensión a través de la práctica, como lo afirma (Stone, 1999).
I.13.	La guía de aprendizaje sobre adición de expresiones algebraicas, inicia con conceptos básicos: que se consideraron necesarios para alcanzar la comprensión del tema propuesto, tales como: definiciones de términos semejantes, expresiones algebraicas, monomio. Para apoyar estos conceptos básicos además se sugirieron páginas de internet.	Lo que significa que se tuvo en cuenta en el diseño de la guía, que la matemática posee una estructura interna que relaciona y organiza sus diferentes partes, que requiere una secuencia temporal en el aprendizaje y exige estudiar aspectos anteriores con la finalidad de construir otros importantes, lo anterior desde el punto de vista educativo, además los conceptos previos correspondían a los conocimientos conceptuales, como: expresión algebraica, monomio, términos semejantes, que se debían relacionar con la información que se esperaba que asimilaran los estudiantes. Como lo afirman (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002). Además, contando con las ideas sobre los fines de la educación según (Dewey, 1998).
I.14.	El estudio de la guía de aprendizaje, se hizo de manera grupal. Se solicitó a los	Lo que significa que en la comprensión de los conceptos, se consideró, por un lado, la

	<p>estudiantes que constantemente, analizaran lo comprendido, lo que podían manifestar a través de: diálogo, discusiones, aclaraciones, anotaciones de ideas, negociaciones, conclusiones, opiniones, de modo que compartieran con el grupo sus saberes e interpretaciones de lo estudiado, como miembros de aquel. Teniendo además en cuenta, que ningún punto de vista debía ser impuesto sino consensuado, argumentado, con el propósito de generar una comprensión mutua de lo referente a la adición de expresiones algebraicas.</p>
<p>I.15. La guía constituyó una actividad mediadora entre los estudiantes y su interés por el concepto de adición de expresiones algebraicas y las competencias que podían alcanzar. Situando al estudiante como centro de su proceso de aprendizaje, ofreciéndole una experiencia que le permitiera una interacción entre sus procesos internos y la percepción de su entorno o realidad, con apoyo de la actividad social y el uso del lenguaje.</p>	<p>concepción del constructivismo social, de que el conocimiento se adquiere primero a nivel intermental, y luego a nivel intrapsicológico, proceso que requiere de la interacción con otros sujetos de una forma intencional, según (Vigotsky, citado en Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Baquero, 1997). De otro lado, la interactividad y su sincronía, el compartir, la negociación como características del AC, a partir de los aportes de varios sujetos, que trabajan por alcanzar una meta común, pueden alcanzar un resultado más completo que el logrado por uno sólo, lo anterior, motivado por las negociaciones, argumentaciones, justificaciones, explicaciones, regulación mutua y los diálogos que originan nuevo conocimiento, como lo afirman (Gros, 2008); (Gómez y Pérez, 2011); (Zañartú, 2011).</p> <p>Lo que significa que la guía fue diseñada reconociendo al estudiante como un elemento principal, como lo es desde el constructivismo social (Serrano & Pons, 2011). Así mismo, características de este enfoque pedagógico, tales como la cognición situada, la fundamentación epistemológica y la posición constructivista en la psicología, que concibieron la formación del conocimiento conceptual de la adición de expresiones algebraicas, como tópico generativo, en el estudiante a partir de sus procesos internos y de la percepción que tenía de su entorno o realidad, lo cual se asimiló como la adaptación funcional del estudiante a un mundo interpretado, como lo aseguran (Torbay, 1998); (Cubero, 2005); (Stone, 1999)</p>
<p>I.16. Si bien los estudiantes debieron trabajar en equipo y tuvieron el apoyo de la docente durante la sesión para atender inquietudes y cuestiones, cada estudiante de forma individual fue responsable de su propio desempeño de comprensión, para así poder contribuir a su equipo, mediante su interés por el tema, su curiosidad por investigarlo y descubrir cosas nuevas, poner al servicio del grupo su capacidad para interpretar la información, el uso de sus propias palabras, dibujos o descripciones de las situaciones matemáticas.</p>	<p>Lo que significa que además del trabajo colaborativo se requirió para alcanzar los objetivos propuestos, del compromiso individual, como aspecto que favorecía que cada grupo desarrollara las competencias y habilidades esperadas, de modo que cada integrante del grupo fue responsable de su propio desempeño de comprensión y a partir de éste, contribuyó a la construcción del conocimiento grupal, como lo afirman (Gros, 2008); (Bransford et al., 2007); (Stone, 1999)</p>

<p>I.17. Se utilizaron las TIC⁷ a través de videos explicativos, la guía digital de aprendizaje, páginas web, archivos de Word, como medio para obtener la comprensión del concepto de adición de expresiones algebraicas, como alternativa al método de la explicación por parte del docente en el tablero y posteriormente la práctica por parte de los estudiantes; se esperó que con el uso del ordenador, los estudiantes pudieran acceder a información, aplicaciones, ejemplos y actividades de refuerzo, de modo que pudieran seleccionar y apropiar los conocimientos que requerían de una forma principalmente autónoma y consciente.</p>	<p>Lo que significa que la docente hizo una propuesta de enseñanza, buscando superar el mal entendimiento de los estudiantes o la falta de este, aprovechando al apoyo que brindan actualmente las TIC con recursos como de videos explicativos de adición de polinomios, la guía digital de aprendizaje, páginas web, archivos de Word, como lo afirma (Litwin, 1994). Además, se consideró el ordenador, para aprender de él y con él, como lo indica (Quintana, citado en Capllonch, 2005) y la integración que tuvo de los recursos semióticos convencionales (letras, texto, ecuaciones, gráficos, etc.) sumado a la ampliación de los límites de presentar, compartir, transmitir grandes cantidades de información con menor tiempo y espacio, lo que favorecía la autonomía y experimentación del estudiante, al permitirle explorar, profundizar, juzgar los contenidos, como lo indican (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, & Onrubia, 2008); (Gros, 2008).</p>
<p>I.18. En la actividad No. 1, sobre adición de expresiones algebraicas, se propusieron diferentes tipos de problemas, con el fin de contextualizar los conocimientos procedimentales estudiados en la guía de aprendizaje por parte de los estudiantes y motivarlos a apropiarse de los conocimientos adquiridos, así como a ver las dificultades y errores que se fueran presentando, como formas de aprender también.</p>	<p>Lo que significa que en la construcción de la actividad No. 1, se tuvo en cuenta que la resolución de problemas constituyan un vehículo importante para el aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los estudiantes, constituyendo conocimientos procedimentales, para que conocieran el uso y la aplicación del concepto de adición de expresiones algebraicas; permitían desarrollar en ellos capacidades de interpretar, modelar, discutir, comunicar información y desarrollar razonamiento matemático. Como lo afirman (Godino, Batanero & Font, 2003); (Falsetti, 2003); (Díaz & Hernández, 2002)</p>
<p>I.19. La docente diseñó la actividad No. 1 sobre adición de expresiones algebraicas, con el propósito de que los estudiantes ejercitaran con el contenido de la guía de aprendizaje; esta actividad se entregó impresa para facilitar su desarrollo y además se les brindó en PDF al final de la guía. El uso de los recursos tecnológicos, permitió que la docente pudiera dedicar mayor tiempo en orientar los procesos de los estudiantes.</p>	<p>Lo que significa que la docente tuvo un papel activo en el diseño y estructura de la experiencia de aprendizaje, que junto al uso de la tecnología, con videos de adición de polinomios, aplicación de perímetro en problemas y la guía de aprendizaje digital, le permitió dirigir y evaluar los resultados de los estudiantes. Además de ofrecerles una ejercitación del contenido, para favorecer su aprendizaje apoyándose también en la orientación y retroalimentación de la docente, como lo afirma (Boettcher, 2007); (Litwin, 1994).</p>

⁷ TIC siglas de: Tecnologías de la Información y la Comunicación.

<p>I.20. En el desarrollo de la actividad No. 1 se observaron dificultades, en la comprensión de los problemas propuestos. Algunos estudiantes requerían constantemente la ayuda de la docente, y aunque en el estudio de la guía afirmaban comprender la teoría, ejemplos y apoyo brindados, al momento de resolver manifestaban no saber qué hacer y la mayoría de grupos no retornaba al material suministrado, sino que esperaban a que la docente les explicara lo que debían hacer. Además, se observó que no lograban ponerse de acuerdo como grupo y preferían en su mayoría no discutir sobre los problemas.</p>	<p>Lo que significa que las tecnologías no eliminan las dificultades de aprender, como lo sugiere (Litwin, 2008). A la vez, contrario a lo afirmado (Litwin, 2008), la tecnología utilizada no resultó siempre ser un tratamiento atractivo del concepto, ni desafiante para algunos estudiantes, ni favoreció el trabajo en equipo, ni promovió puntos de vista diferentes que permitieran solucionar las dificultades que presentaban. De algún modo, al estar acostumbrados al método, se considera que requiere más tiempo, adaptarse a un método autónomo y de construcción de conocimiento colaborativa, como lo afirma (Calzadilla, 2002); (Collazos & Mendoza, 2006)</p>
<p>I.21. El contenido desarrollado en la guía de aprendizaje y en la actividad No. 1, adición de expresiones algebraicas, se consideró conceptualmente básico, y se esperó que los estudiantes a lo largo de la sesión personalizarían su aprendizaje de acuerdo a sus necesidades y desarrollarían conciencia de cómo llegan a conocer lo que saben y así propender por un aprendizaje con comprensión de la estructura interna de la adición de polinomios, a través de la práctica, del uso de sus propias palabras, dibujos, explicación de estrategias entre los compañeros, diálogos dentro del grupo, al llegar a las situaciones problematizadas.</p>	<p>Lo que significa que al escoger el contenido se tuvieron en cuenta las estructuras algebraicas de anillo y cuerpo, así como conceptos de grado, términos semejante de igualdad de polinomios, relacionados al concepto de adición de polinomios. Se esperó que los estudiantes reconocieran un polinomio como la suma de un número finito de monomios, en general: $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ con $(a_n \neq 0)$ y la suma entre dos polinomios como $p(x) + q(x) = c_0 + c_1x + \dots + c_ix^i$, con c_i igual a la suma de los coeficientes de los polinomios dados. (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (Herstein, 1980). De lo anterior, se pensó en actividades que favorecieran la comprensión de la estructura interna de este objeto matemático, (Godino, Batanero & Font, 2003). Además se esperó que los estudiantes desarrollaran habilidades de explorar, explicar, extender, automatizar y evaluar por sí mismos su proceso, según lo sugerido por (Bransford, Brown & Cocking, 2007). Al ser el contenido, el foco de la experiencia de aprendizaje, a mayor experiencia, mayor adaptación del aprendizaje a sus propias necesidades y prioridades, por lo que se procuró ofrecer una amplia base de información y experiencias, para que los estudiantes fueran conscientes de qué estrategias y materiales les funcionan mejor para aprender, según (Boettcher, 2007).</p>
<p>I.22. Para la solución de la actividad No. 1, desempeñaba un papel importante, la capacidad de los estudiantes para</p>	<p>Lo que significa que es probable que para que se diera la negociación dialógica, característica del AC, de la manera sugerida por (Gómez &</p>

	<p>negociar y contrastar puntos de vista interpersonales con los del otro, al tiempo que estas acciones podían potenciar el trabajo colaborativo; a los estudiantes se les dificultaba expresar sus ideas y trabajar en equipo. Al final de la sesión debían entregar la actividad resuelta en hojas y tenían la posibilidad de interactuar con otros grupos para compartir ideas y obtener ayuda en las dificultades encontradas.</p>
<p><u>I.23.</u></p> <p>Para observar la comprensión de los estudiantes sobre el concepto de adición y sustracción de E.A.,⁹, en la actividad No. 1, se propusieron desde situaciones sencillas a otras con dificultad media; se solicitó a los estudiantes que cada tarea tuviera su respuesta justificada, evitando contestar por casualidad y sin reflexión sobre la situación a resolver; para posteriormente inferir si los estudiantes podían emplear de forma exitosa lo que requerían para resolver las situaciones propuestas, se diría que habían logrado comprender el concepto.</p>	<p>Pérez, 2011), se requería que las funciones de los niños madurara un poco más, es decir que la mayoría de los estudiantes en su ZDP⁸ aún no se encontraban preparados para desarrollar las funciones esperadas en la actividad propuesta, por estar tales funciones en proceso de maduración y requerir de la ayuda de un adulto o persona más capaz, como lo afirma (Vigotsky, 2009), y de la reflexión periódica tanto con compañeros del equipo, como con el resto del grupo, como lo indican (Gómez & Pérez, 2011); (Collazos & Mendoza, 2006).</p> <p>Lo que significa que a pesar no ser posible aún responder sobre las representaciones internas que posee un sujeto en su mente, lo que limita la investigadora para estudiar de manera directa la comprensión del objeto matemático en los estudiantes, como lo asegura (Gallardo, 2004), se acudió a sus características de ser: operativa, indirecta, epistemológica, positiva, provisional, limitada y abierta, para hacer factible profundizar en aspectos observables, a través de tareas que permitían a los estudiantes responder. Así, mediante una evaluación diagnóstica continua se observaron las acciones que realizaban los estudiantes, al intentar dar solución a los problemas que necesitaban de conocimientos como: términos semejantes, monomio, E.A.,..., adición de polinomios, lo que permitió una aproximación objetiva de la comprensión. Como lo describe (Gallardo, 2004).</p>
<p><u>I.24.</u></p> <p>Los problemas y ejercicios propuestos en la actividad No. 1, se elaboraron desde dos concepciones: algunos pretendían que los estudiantes practicasen ejercicios de adición de E.A., para que se apropiaran del conocimiento conceptual: notación, estructura y concepto. Otros buscaban mostrar la aplicación de la adición de E.A., a situaciones de la vida, es decir el conocimiento procedimental y por el tema tratado, fue posible proponer problemas acorde al contexto y relacionados con geometría que pudieran ser modelados por los estudiantes.</p>	<p>Lo que significa que en los ejercicios y problemas planteados a los estudiantes en la actividad No. 1, se consideraron dos concepciones del aprendizaje de las matemáticas: La Idealista - platónica y la constructivista, como lo plantean (Godino, Batanero & Font, 2003), de modo que no se tratara sólo de problemas internos de la matemática, ni sólo problemas de aplicación (externos a la matemática). Lo anterior además se apoyó en características del aprendizaje de la matemática como fueron: La modelación y resolución de problemas, el razonamiento matemático, el lenguaje y la comunicación y la exactitud, descritas por (Godino, Batanero & Font, 2003).</p>

⁸ ZDP iniciales de: Zona de Desarrollo Próximo

⁹ E.A., iniciales de Expresiones Algebraicas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.1.3. Cierre de la sesión uno

Tabla 92. Análisis e interpretación del cierre de sesión uno en el AC grado 802.

No.	Análisis	Interpretación
I.25.	Finalizada la sesión uno, se recogió la actividad No. 1 en cada grupo, para revisar desarrollo que hicieron los estudiantes y la comprensión de las situaciones propuestas sobre adición de E.A.,.	Lo que significa que desde una perspectiva constructivista, se intentó revisar y observar la comprensión generada en los estudiantes sobre el tema de adición de E.A., y cómo ésta cambió desde la evaluación diagnóstica, como lo afirma (Cubero, 2005)
I.26.	Al final de la sesión uno, se dio un espacio para reflexionar sobre el proceso llevado hasta el momento. Algunos manifestaron, valorar la clase como se planteó y destacaron lo positivo de la metodología y la encontraron novedosa, pocos expresaron disgusto de estar con su grupo. Otros que sus compañeros no colaboraban con la actividad, otros que como grupo no lograban comprender todas las actividades; no obstante, la mayoría expresaban que los recursos brindados eran claros y comprensibles. Lo anterior, se tuvo como evaluación diagnóstica continua y formativa, fuente de retroalimentación para mejorar el proceso.	Lo que significa que se reconoció que los procesos educativos, desde el constructivismo, requieren apoyo mutuo para construir conocimiento y los procesos de interacción debían mejorar los resultados que se iban obteniendo a nivel formativo y de esa construcción en los estudiantes, como lo indican (Serrano & Pons, 2011). Además, el integrar, como componente del AC, permitió que los grupos reflexionaran e hicieran evaluación diagnóstica continua de las metas de comprensión, mediante comentarios de la docente, trabajos escritos, comentarios de los estudiantes, análisis y reflexión de las actividades realizadas, revisión de la integración de lo aprendido con lo conocido, como lo afirman (Bransford et. al., 2007); (Stone, 1999); (Collazos & Mendoza, 2006); (Gómez & Pérez, 2011).
I.27.	Finalmente debió darse una reflexión a nivel individual, para que cada estudiante pudiera reconocer si producto del trabajo grupal, había construido el conocimiento sobre adición de expresiones algebraicas esperado y poder analizar en qué medida lo había adquirido y madurado personalmente.	Lo que significa que construir el conocimiento, no sólo puede deberse al trabajo grupal, sino que también tiene un carácter personal de interiorización, dado por la comunicación asincrónica, característica del AC, donde los estudiantes pueden expresar los resultados que a nivel individual han logrado madurar, según afirma (Zañartú, 2011).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.2. Sesión dos

4.1.2.1. Inicio sesión dos

Tabla 93. Análisis e interpretación del inicio de la sesión dos en el AC del grado 802.

No.	Análisis	Interpretación
I.28.	En la segunda sesión se formaron los mismos grupos, conservando los roles dentro de cada uno, como se hizo en la sesión anterior. Se indicaron los contenidos de la sesión: propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus objetivos y se recordaron las reglas de clase.	Lo que significa que la sesión dos da continuidad a la anterior, con tópicos generativos propuestos para alcanzar las metas de comprensión esperados en la presente investigación, como concuerdan (Stone, 1999; Serrano y Pons, 2011); (Dewey, 1998), respecto a la importancia de los contenidos y su secuencialidad. Además, con la prolongación del tiempo de trabajo conjunto, se buscó desarrollar habilidades sociales, como la explicación regulación mutua, entre otras, como lo afirman (Calzadilla, 2012); (Gómez & Pérez, 2011).
I.29.	Para la aplicación de la sesión dos se siguió utilizando la sala de sistemas, los grupos se organizaron alrededor de las mesas que la conforman frente a los portátiles asignados la sesión anterior, que contenían la carpeta de trabajo SESIÓN DOS, con guía de aprendizaje digital, videos y documentos de apoyo.	Lo que significa que las nociones del ambiente de aprendizaje, tales como: a. El entorno, elementos de infraestructura y materiales para la clase, se siguieron teniendo en cuenta. b. El ambiente, como espacio donde se llevó a cabo la actividad educativa, fue de tipo áulico con apoyo de TIC, con recursos como: Guía aprendizaje digital No. 2, videos sobre propiedades de la adición, resta de polinomios, ejercicios sobre resta de E.A., vínculos de páginas web). Como lo sugieren (Vité, 2012); (López, 2015).
I.30.	Los objetivos planteados en la sesión dos, respecto al tema de propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, fueron de tipo conceptual, procedimental y actitudinal, se propusieron con el fin de establecer las metas que se esperaban alcanzar y favorecer la comprensión de los conceptos en los estudiantes.	Lo que significa que los objetivos permitieron a los estudiantes conocer el propósito de la sesión y actividades propuestas, para que se apropien de su significado como lo afirma (Gallardo, 2004). Además, su elaboración tuvo en cuenta la perspectiva de ambientes de aprendizaje centrada en el conocimiento, según (Bransford et al, 2007) y el componente de la comprensión denominado, metas de comprensión, según (Stone, 1999).
I.31.	La docente investigadora en esta sesión igual que la anterior, estuvo a disposición de los estudiantes para apoyarlos y guiarlos, generando un proceso de interacción que permitiera la acentuación y mejora de procesos de construcción del conocimiento y	Lo que significa que en el proceso de aprendizaje, la docente además de diseñar la experiencia de aprendizaje, debía brindar apoyo en la construcción del conocimiento y razonamiento matemático, mediante procesos de interacción, intercambio y negociación, según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero,

	razonamiento matemático (entre otros la formalización y abstracción).	2005); (Boettcher, 2007); (Godino, Batanero & Font, 2003).
I.32.	La sesión dos, también se diseñó de modo que se diera la interacción de los estudiantes, con el contenido, el conocimiento y la maestra. El ambiente creado fue simple, procurando favorecer y equilibrar los niveles de habilidad entre los estudiantes y los recursos puestos a su disposición.	Lo que significa que el diseño de la sesión, se desarrolló teniendo en cuenta principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje; al ofrecer opciones de interacción para los estudiantes, actividades grupales, y así favorecer canales de comunicación, colaboración y compromiso, además de se tuvo en cuenta la perspectiva de la educación como dirección, como lo describen (Boettcher, 2007); (Dewey, 1998).
I.33.	El contenido en la sesión dos, correspondió la estructura interna de las propiedades de la adición de polinomios y sustracción de expresiones algebraicas, y algunas de sus aplicaciones, como conocimientos conceptual y procedimental, respectivamente. Los anteriores tópicos generativos, se consideró que constituyen conceptos básicos en la enseñanza del álgebra en grado octavo.	Lo que significa que se tuvo en cuenta uno de los elementos del constructivismo: el contenido, cuya estructura interna correspondió a la de anillo y se estudiaron sus propiedades asociativa, existencia elemento neutro, existencia elemento simétrico u opuesto y conmutativa, el cuerpo cuyo dominio de definición fue el de \mathbb{R} . Adicional a lo anterior, se estudió el concepto de sustracción la cual se define como $a - b = a + (-b)$. (Ayres, 2003). (Godino, Batanero & Font, 2003). Para lo anterior, se consideró uno de los principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje, centrado el contenido, como foco de la experiencia de aprendizaje, según (Boettcher, 2007). Además, uno de los componentes de la comprensión, los tópicos generativos según (Stone, 1999).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.2.2. Desarrollo de la sesión dos

Tabla 94. Análisis e interpretación del desarrollo de la sesión dos del AC del grado 802.

No.	Análisis	Interpretación
I.34.	La guía de aprendizaje No. 2, y las actividades propuestas buscaron brindar una experiencia a los estudiantes, teniendo en cuenta el contexto, de modo que pudieran ampliar sus conocimientos sobre los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas.	Lo que significa que en el diseño de la guía y las actividades se consideró que la construcción del conocimiento está influenciada por los procesos internos de cada estudiante combinados con su percepción de la realidad, como lo afirman (Torbay, 1998); (Cubero, 2005).
I.35.	El trabajo en equipo en esta segunda sesión, continuó buscando alcanzar a través de una comunicación efectiva entre los estudiantes, la apropiación de	Lo que significa que en el desarrollo de la clase, se esperó observar procesos Interpsicológicos de los estudiantes, los cuales representan puentes desde el constructivismo,

	<p>habilidades como, escribir, generar estrategias para resolver problemas, establecer una sincronía como actividad coordinada que permitiera mantener una meta en común. Con apoyo además, de negociaciones para tomar decisiones grupales que intervinieran con la producción final.</p>	<p>que favorecerían obtener el conocimiento esperado, con apoyo de las interacciones sociales, negociaciones, el lenguaje y la comunicación, la sincronía entre los integrantes de cada grupo, producto de la colaboración, como lo indican (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (Zañartú, 2011); (Gros, 2008); (Collazos & Mendoza, 2006); (Godino, Batanero & Font, 2003).</p>
I.36.	<p>En el desarrollo de la clase, se solicitó a los grupos que constantemente revisaran y reflexionaran lo comprendido, y tomaran los apuntes que como grupo consideraran importantes. Además, que dialogaran sobre la comprensión de los conceptos, a través de ejemplos y aplicaciones, existentes en los recursos a su disposición.</p>	<p>Lo que significa que debió brindarse a los estudiantes apoyo en la construcción del conocimiento, mediante procesos de interacción e interactividad, teniendo en cuenta al constructivismo como enfoque educativo que favorecía la construcción de competencias y desarrollo de procesos de aprendizaje, como lo afirman (Serrano y Pons, 2011).</p>
I.37.	<p>A medida que los estudiantes iban analizando la guía de aprendizaje No. 2, sobre propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, se les fueron proponiendo actividades de refuerzo, para que practicasen lo que iban aprendiendo. En estas actividades, se ofrecieron diferentes recursos, tales como: guías de aprendizaje, videos, páginas de internet interactivas, y ejercicios cortos, actividad de aprendizaje No. 2, tanto impresa como digital y hojas de trabajo.</p>	<p>Lo que significa que en el diseño de la clase y sus actividades, se involucró a los estudiantes para que pusieran en práctica la comprensión que iban alcanzando, esto es su conocimiento procedimental. Lo que permitía además vincular directamente las metas de comprensión, aplicar y desarrollar la comprensión a través de la práctica, utilizando recursos de las TIC como: guía de aprendizaje No. 2 digital en PDF, videos sobre propiedades de la adición de polinomios, resta de polinomios, ejercicios sobre resta de E.A. y páginas web, como lo afirma (Stone, 1999); (Coll & Monereo, 2008).</p>
I.38.	<p>Aunque los estudiantes trabajaron en equipo y tuvieron el apoyo de la docente durante la clase para atender inquietudes, cada estudiante debía ser responsable de su propio desempeño, para así poder contribuir a su grupo, por medio de: su interés por el tema, su curiosidad por investigarlo y descubrir cosas nuevas, poner al servicio del grupo su capacidad para interpretar la información, el uso de sus propias palabras, descripciones de las situaciones matemáticas, etc.</p>	<p>Lo que significa que además del trabajo colaborativo para alcanzar los objetivos propuestos, se requirió del compromiso individual, evidenciado en el autoaprendizaje, como aspecto que favorecía el desarrollo las competencias y habilidades esperadas, de modo que cada integrante del grupo fue responsable de su propio desempeño y a partir de este, contribuyó a la construcción del conocimiento grupal, como lo afirman (Gros, 2008); (Bransford et al., 2007).</p>
I.39.	<p>La guía de aprendizaje No. 2, trató sobre propiedades de la adición de polinomios y sustracción de expresiones algebraicas, dando continuidad a la guía de la sesión uno, para completar el estudio de los objetos matemáticos que son interés en la presente investigación.</p>	<p>Lo que significa que el contenido conceptual en la segunda sesión se fundamentó en la estructura interna de anillo y algunas de sus propiedades o axiomas: asociativa, existencia elemento neutro, existencia elemento simétrico u opuesto y conmutativa; el cuerpo cuyo dominio de definición fue el de \mathbb{R}. En el anillo</p>

	<p>se pudo definir la operación resta como $a - b = a + (-b)$. (Ayres, 2003); (De Nápoli, 2014); (Díaz & Hernández, 2002). En ambas Sesiones, se relacionaron y organizaron las partes que conformaron los tópicos generativos de la unidad didáctica propuesta: adición y sustracción de expresiones algebraicas, procurando mantener una secuencia temporal en el aprendizaje, teniendo en cuenta conceptos previos, como grado, términos semejantes, igualdad de polinomios, que permitían alcanzarlos, como lo sugieren (Godino, Batanero, & Font, 2003). Además, contando con las ideas sobre los fines de la educación según (Dewey, 1998)</p>
<p>I.40. Con el uso de TIC se trató de ofrecer un medio que favoreciera la comprensión de las propiedades de la adición de polinomios y la sustracción de expresiones algebraicas. El computador se utilizó como herramienta para aprender de él, con acceso a información como: videos de propiedades de la adición y resta de polinomios, sobre ejercicios de restas de E.A. documento PDF para su estudio, sobre propiedades de la adición de polinomios, páginas de internet y actividades de refuerzo; empero, algunos grupos manifestaron no comprender del todo las propiedades de la adición, ni de la guía, ni del video sugerido; y se presentaron algunas dificultades para manejar las aplicaciones sugeridas en las actividades de refuerzo, fuera por la conectividad o por la aplicación misma.</p>	<p>Lo que significa que aunque se implementó el uso del ordenador en la clase: videos de propiedades de la adición y resta de polinomios, sobre ejercicios de restas de E.A. documento PDF para su estudio, sobre propiedades de la adición de polinomios, páginas de internet y actividades de refuerzo, contrario a lo que afirma (Litwin, 2005), su uso no logró del todo superar el mal entendimiento de los conceptos estudiados, según lo expresado por los estudiantes. Sin embargo, se reconoció que los computadores representaron una herramienta para aprender de ellos y con ellos, con sus sistemas semióticos, que debían favorecer los procesos de representar, compartir, procesar entre otras funciones, como lo afirma (Capllonch, 2005); (Coll & Monereo, 2008); (Litwin, 2008). Además de posibilitar al estudiante, la autonomía para: explorar, profundizar, juzgar los contenidos, según (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, & Onrubia, 2008); (Gros, 2008).</p>
<p>I.41. El compromiso individual fue importante en la construcción del conocimiento grupal para alcanzar las metas de comprensión propuestas con apoyo del lenguaje como mediador entre ambos aspectos; así como el uso de recursos, para consultar información necesaria. Se observó cierta dificultad al momento de realizar actividades conjuntas con el aporte de cada integrante, las negociaciones, de manera reflexiva y crítica por todos los integrantes del grupo.</p>	<p>Lo que significa que la intervención activa de quien aprende es un elemento esencial para que se dé el aprendizaje y para alcanzar las metas de comprensión grupales mediante el aprendizaje colaborativo, según (Gros, 2008); (Gómez & Pérez, 2011); (Stone, 1999). Sin embargo, se observaron algunas dificultades por parte de algunos estudiantes, para integrarse con su grupo y poder aportar sus saberes, interactuar y compartir con los demás, a través de negociaciones dialógicas, contrario a lo que afirman (Gros, 2008); (Gómez & Pérez, 2011).</p>

<p>I.42. La guía y actividades fueron mediadoras entre los estudiantes y su interés por los conceptos y aplicaciones de las propiedades de la adición de polinomios y la sustracción de expresiones algebraicas. Siendo el estudiante centro de su proceso de aprendizaje, con la guía y actividades se buscó ofrecer una experiencia que permitiera la interacción entre la docente y los estudiantes, y entre los mismos estudiantes fueran de su propio grupo o de otros.</p>	<p>Lo que significa que se reconoció el papel central del estudiante, pero además otros elementos que son importantes en el proceso de aprendizaje de la matemática: la interacción, la mediación, la discusión, el diálogo de cómo y por qué pueden llegar a conocer, como lo sugieren (Falsetti, 2003); (Boettcher, 2007); (González, 2012).</p>
<p>I.43. A partir de la resolución de problemas propuestos en las actividades, se pretendió acortar la distancia que existe entre la zona potencial de los estudiantes y su zona real, es decir, que logaran pasar de necesitar la ayuda de otra persona más capaz para resolver problemas de adición y sustracción de expresiones algebraicas a realizarlos independientemente, producto de haber madurado las funciones que les permitía hacerlo.</p>	<p>Lo que significa que los problemas propuestos en las actividades, que se relacionaron con problemas sobre aplicaciones de las propiedades de la adición, perímetro y sustracción de polinomios, buscaron intervenir para que los estudiantes alcanzaran el aprendizaje esperado, teniendo en cuenta las zonas de desarrollo próximo, potencial y real, descritas por (Vigotsky, 2009), además correspondieron al conocimiento procedimental que era necesario para favorecer el aprendizaje, según lo señalado por (Díaz & Hernández, 2002)</p>
<p>I.44. Los ejercicios y problemas propuestos en las actividades, fueron específicos de los temas tratados en la sesión dos, propiedades de la adición y sustracción de E.A., procurando que fueran sencillos de entender pero a la vez que tuvieran una dificultad media, requiriendo justificar y argumentar sus soluciones, para observar manifestaciones externas de la comprensión de conceptos en los estudiantes; como por ejemplo si podían emplearlos de manera exitosa en la solución de las situaciones propuestas</p>	<p>Lo que significa que reconociendo la dificultad que tiene valorar las representaciones internas del conocimiento de un sujeto, se debieron proponer situaciones que requirieran de demostraciones externas, como registros objetivos, que evitaran que los estudiantes contestaran correctamente por casualidad. Además, en el diseño de las situaciones propuestas, se tuvieron en cuenta algunas características de la comprensión, como que es: operativa, indirecta, epistemológica y fenomenológica, positiva, objetiva, indicadas por (Gallardo, 2004). Además la naturaleza relacional del aprendizaje de las matemáticas, según (Godino, Batanero & Font, 2003).</p>
<p>I.45. La experiencia fue un aspecto importante en las Sesiones de clase que se aplicaron a los estudiantes, pues mediante su constante reconstrucción, se procuró un proceso continuo que les permitiera su desarrollo tanto personal como grupal, sobre todo en la comprensión de los tópicos generativos propuestos.</p>	<p>Lo que significa que de acuerdo a la teoría de Dewey sobre la educación según (Cadrecha, 1990), se tuvo en cuenta que la experiencia es un aspecto importante de ésta. Por lo que, se pensó al momento de diseñar y aplicar la unidad didáctica, ofrecer a los estudiantes una experiencia que no sólo constituyera un adiestramiento de sus facultades internas, sino además, como una actividad constante que destacara el valor de la experiencia individual y social, que permitiera un proceso de</p>

	construcción que mejorara su estado frente a conocimientos básicos del álgebra (Dewey, 1998).
I.46. El objeto matemático empleado en las actividades de aprendizaje 1 y 2, fue el de adición y sustracción de polinomios y expresiones algebraicas, cuya estructura algebraica es la de anillo, que se caracteriza por estar conformado por un conjunto no vacío, en este caso, el conjunto de los \mathbb{Z} , y dos operaciones internas, llamadas suma y producto, que cumplen con ciertas propiedades.	Lo que significa que se utilizó la teoría y definiciones algebraicas, que se consideraron necesarias para diseñar las actividades de aprendizaje 1 y 2, tales como: estructura de anillo con las propiedades: asociativa, conmutativa, elemento neutro y elemento simétrico de la adición, con dominio de definición del cuerpo los \mathbb{R} , conceptos de grado, igualdad de polinomios, términos semejantes, expresiones algebraicas, adición y sustracción de polinomios, métodos de adición. Basados en (Ayres, 2003); (Lewin, SF); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Herstein, 1980); (Ramírez et al., 2013); (Torres & Ramos, 2000).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.2.3. Cierre de la sesión dos

Tabla 95. Análisis e interpretación del cierre de la sesión dos en el AC del grado 802.

No.	Análisis	Interpretación
I.47.	Finalizada la sesión dos, se recogió la actividad No. 2 en cada grupo, para revisar el desarrollo que hicieron los estudiantes y la comprensión de las situaciones propuestas sobre propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas	Lo que significa que desde una perspectiva constructivista, se intentó revisar y observar la comprensión generada en los estudiantes sobre el tópico generativo de propiedades de la adición y sustracción de E.A., y cómo ésta cambió desde la evaluación diagnóstica, con la participación del proceso con los otros compañeros del curso, como lo afirman (Cubero, 2005); (Stone, 1999).
I.48.	Posterior a la entrega de la actividad No. 2, se propusieron evaluaciones formativas como: la autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje, para que cada estudiante pudiera valorar sus propios desempeños, los de sus compañeros y el de la profesora, con el fin de interpretar sus resultados y analizar el proceso llevado a cabo con los estudiantes y a partir de ellos reflexionar formas de mejorar la propuesta de enseñanza y aprendizaje	Lo que significa que al final del desarrollo de las Sesiones se aplicó la evaluación formativa, como medio para retroalimentar y mejorar la propuesta de enseñanza y aprendizaje, a partir de la responsabilidad de analizar por parte de los estudiantes y la docente, como miembros del proceso, cómo se puede avanzar a desempeños de alto nivel. Según lo afirmado por (Stone, 1999); (Bransford et al., 2007).

I.49.

Una vez realizadas las evaluaciones formativas, los estudiantes presentaron el postest, con el fin de verificar con qué capacidades contaban al final de las Sesiones para resolver de manera independiente problemas referentes a la adición y sustracción de expresiones algebraicas; a la vez, observar su comprensión desde un punto de vista positivo, mediante manifestaciones externas, de los estudiantes en su intento por resolver situaciones que requerían de la comprensión de los conceptos estudiados.

Lo que significa que el postest se empleó como: a. Herramienta para analizar el nivel real de desarrollo alcanzado por los estudiantes al final de la propuesta de enseñanza, descrito por (Vigotsky, 2009); b. En palabras de (Stone, 1999), la fase denominada síntesis, en la que los estudiantes demuestran el dominio que tienen de las metas de comprensión propuestas; c. Confrontar el estudio de la comprensión de los estudiantes de manera indirecta, y de manera positiva, a través del estudio de las manifestaciones externas de la comprensión, dada la dificultad de estudiar la comprensión de manera directa, como lo sustenta (Gallardo, 2004).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3. Evaluaciones del AC

4.1.3.1. Autoevaluación

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la autoevaluación del AC en el grado 802.

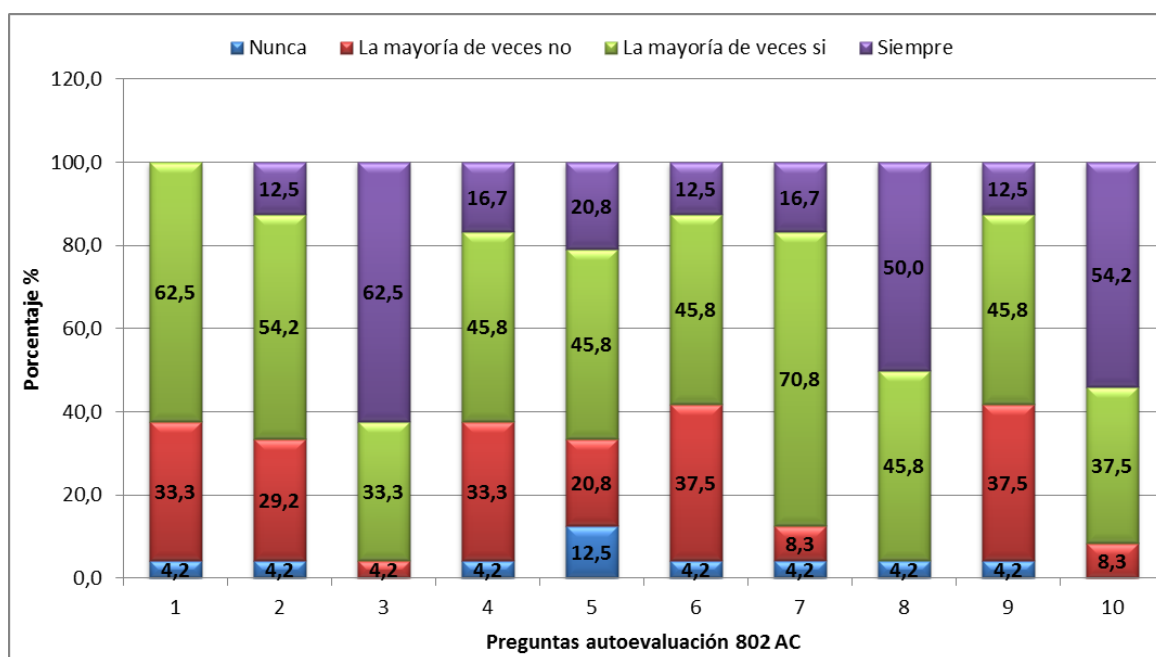


Figura 12. Resultados de la autoevaluación del AC de los estudiantes de 802.

Fuente elaboración propia.

Tabla 96. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 1: Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuando realizamos las actividades propuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.50.	El 62,5% de los estudiantes contestaron que la mayoría de veces si logran expresar sus ideas al grupo.	Lo que significa que al ser la naturaleza de los procesos psicológicos de los estudiantes en esencia social, el uso del lenguaje transformó sus acciones y pensamientos mediante la comunicación con los demás, compartir representaciones, intereses y transmitir información de uno a otro. El lenguaje medió la relación con los otros y con ellos mismos, a través de la capacidad de describir, explicar sus puntos de vista, comunicar información matemática, argumentar, etc., según lo afirmado por (Cubero, 2015); (Baquero, 1997); (Serrano & Pons, 2011); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Londoño, 2003).
I.51.	El 33,3% respondió que la mayoría de veces no pudo expresar al grupo sus ideas y el 4,2% nunca lo hizo	Contrario a lo que afirman (Litwin, 2008); (Calzadilla, 2002), las nuevas tecnologías y el trabajo en equipo, no siempre promovieron los puntos de vista diferentes para solucionar situaciones problemáticas y en ocasiones se dificultó compartir proyectos y construir soluciones a un problema, así como manifestar habilidades sociales, tales como: explicación, regulaciones mutuas, aceptar y apoyar a los demás en la solución de problemas de forma constructiva.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 97. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 2: Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.52.	El 12,5% de los estudiantes consideraron que siempre comprendió el concepto, el 54,2%, que la mayoría de veces lo hacían.	Lo que significa que si el conocimiento fue una construcción, los estudiantes debieron dar significado a la información suministrada y relacionar este conocimiento con la realidad, para así ampliar sus capacidades de resolver problemas sobre perímetro, lo que requirió del compromiso individual, aspecto que además debió contribuir a la construcción del conocimiento grupal. Las situaciones sobre perímetro, fueron una aplicación de los conceptos adición y sustracción de E.A., que permitían observar la comprensión de una manera indirecta y a la vez objetiva, desde las

	acciones que los estudiantes hacían en su intento por resolver los problemas y si usaban el conocimiento deseado. Basado lo anterior, en (Cubero, 2005); (Gros, 2008); (Bransford et al, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Gallardo, 2004)
I.53. El 29,2% de los estudiantes manifestaron que la mayoría de veces no comprendían el concepto, el 4,2%, que no lo comprendieron	Contrario a lo afirmado por (Godino, Batanero & Font, 2003), en algunos casos, no se evidenció, construcción de razonamiento matemático y el conocimiento esperado, con la actividad concreta de resolver problemas sobre perímetro y área, es decir, que la experiencia no contribuyó a la comprensión de los conceptos. Lo anterior, pudo indicar que estos estudiantes estaban fuera de su ZDP ¹⁰ , perdiendo la relación de una idea con otra. (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 98. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 3: Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.54.	El 62,5 de los estudiantes manifestaron que siempre lo hacían, el 33,3 % que la mayoría de veces lo hicieron y sólo el 4,2% manifestó que la mayoría de veces no participó activamente.	Lo que significa que desde el constructivismo social, los estudiantes debían ser sujetos activos, que modificaran sus conocimientos de acuerdo a las condiciones de su entorno y comprometidos con su propio aprendizaje, para así poder contribuir a la construcción grupal del conocimiento. Para complementar lo anterior, el reparto de roles diferenciados dentro de los grupos, debió favorecer el logro de los objetivos propuestos de manera grupal, mejor que si hubiesen trabajado solos. como lo afirman (Serrano & Pons, 2011); (Gómez & Pérez, 2011); (Gros, 2008)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 1199. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 4: Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.55.	El 16,7% de los estudiantes expresaron que siempre discutieron con argumentos, el 45,8 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que el lenguaje y la comunicación se configuró en un medio para compartir pensamientos, transmitir información, negociar significados. Con el

¹⁰ ZDP: iniciales de zona de desarrollo próximo.

	aprendizaje colaborativo, se favoreció en algunos casos, el desarrollo de habilidades como: explicar, regulaciones mutuas, apoyo en la resolución de problemas, negociación dialógica, argumentar, interactuar y compartir saberes para el avance del conocimiento colectivo, como lo sugieren (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (Gros, 2008); (Zañartú, 2011); (Godino, Batanero, & Font, 2003).
I.56. El 33,3% manifestaron que la mayoría de veces no lo hicieron y un 4,2% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que dado que el tipo de comunicación que se dio en el aula de clase, fue relacional, surgieron intercambios comunicativos que regularon las relaciones entre los miembros del grupo, junto al clima que se dio dentro del aula, lo cual facilitó o dificultó la experiencia de aprendizaje y desarrollo personal de los estudiantes, según lo afirmado por (López, 2015); (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 1002. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 5: Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observar otras formas de explicar los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.57. El 20,8% de los estudiantes dicen que siempre lo usan, el 45,8 % que casi siempre lo hacen		Lo que significa que el computador se utilizó como un artefacto mediador, entre la interacción de los estudiantes y el intercambio de información, y al ser apoyado con el proceso de trabajo colaborativo y elementos como la sincronía de la interacción y el autoaprendizaje, no se requirió crear un espacio virtual. Se procuró utilizar herramientas que se acomodaran a las necesidades de los alumnos, como: a. Videos explicativos sobre adición, propiedades y sustracción de polinomios y problemas resueltos; b. Guías de aprendizaje digitales en PDF; c. Páginas interactivas y de consulta, para comprobar resultados de Adiciones y sustracciones de polinomios y solucionar problemas sobre los temas, documentos digitales con información de los temas, que crearan puentes entre la comprensión en desarrollo de los estudiantes y la información suministrada por el computador, Como lo sugieren (Gros, 2008); (Zañartú, 2011); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008).

<p>I.58. El 20,8% manifestaron que la mayoría de veces no lo usan y un 12,5% que nunca lo hicieron.</p>	<p>Lo que significa que aunque la tecnología pudo constituirse en una herramienta de enseñanza para mejorar la comprensión, fue necesario que los estudiantes, tuvieran flexibilidad y adaptabilidad para aprender de la experiencia, cosas que les permitiera afrontar dificultades de situaciones posteriores. Según lo señalado por (Dewey, 1998). Contrario a lo afirmado por (Coll & Monereo, 2008), en ocasiones la inclusión de las TIC (videos, guías digitales, páginas web, documentos digitales) no amplió la capacidad de los estudiantes para transmitir, compartir, aprender, representar información sobre los conceptos propuestos. O sea que, si bien, la tecnología puede potenciar, no elimina las dificultades de aprender; no obstante, comprender y valorar su alcance sobre la enseñanza, permite mejorar las prácticas educativas, según (Litwin, 1994); (Litwin, 2008).</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 101. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del AC, pregunta No. 6: Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.59.</p>	<p>El 12,5% de los estudiantes aseguran que siempre pueden resolverlos, el 45,8 % que casi siempre lo hacen</p>	<p>Lo que significa que la finalidad del aprendizaje fue que los estudiantes dieran sentido al mismo. El que algunos estudiantes resolvieran de forma independiente los problemas propuestos, significó la maduración de esas tareas en ellos (ZR), lo cual podía manifestarse en acciones como: explicar, discutir, comunicar, interpretar, comparar, relacionar y utilizar manifestaciones externas, esto es conocimientos procedimentales, para resolver exitosamente situaciones, relacionadas con los temas estudiados. Según lo señalado por (Serrano & Pons, 2011); (Vigotsky, 2009); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Díaz & Hernández, 2002).</p>
<p>I.60.</p>	<p>El 37,5% manifestaron que la mayoría de veces no lo logran y un 4,2% que nunca lo lograron.</p>	<p>Lo que significa que se refleja en algunos casos, contrario a lo afirmado por (Falsetti, 2003), que la actividad de resolver problemas no significó una fuente de motivación para estos estudiantes, ni un medio para el aprendizaje significativo de los temas tratados. Sin embargo, es natural que los estudiantes hayan tenido dificultades en el proceso, y de</p>

estas también podían aprender, y así pudieran llegar a comprender y relacionar los diferentes problemas propuestos, con su realidad, como lo indican (Godino, Batanero & Font, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 102. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 7: Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.61.	El 16,7% de los estudiantes expresaron que siempre comprendieron, el 70,8 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que como la comprensión puede reconocerse por medio del desempeño, cuando el estudiante puede pensar y actuar a partir de lo que sabe, los estudiantes estuvieron en la capacidad de aplicar métodos, explicar, justificar procesos, y no simplemente trabajar de forma memorística, las situaciones sobre adición y sustracción planteadas. De igual manera, fue importante que las actividades estuvieran diseñadas para involucrar a los estudiantes y fueran practicando lo que iban comprendiendo. En el presente estudio, la comprensión se dirigió hacia las acciones que los estudiantes desarrollaban en su intento por resolver los problemas propuestos, o sea de forma positiva, según lo afirmado por (Stone, 1999); (Gallardo, 2004).
I.62.	El 8,3% afirmó que la mayoría de veces no lo hicieron y un 4,2% que nunca lo lograron	Lo que significa que desde una concepción idealista, sin un buen fundamento matemático, no era posible que los estudiantes aplicaran los conceptos de adición, propiedades y sustracción de expresiones algebraicas a situaciones problema. Es decir, que para algunos estudiantes, las herramientas de apoyo suministradas, no fortalecieron la estructura interna fundamental del tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, por lo que manifestaron no haber alcanzado comprensión de éstos, como lo exponen (Godino, Batanero & Font, 2003); (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 103. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del AC, pregunta No. 8: Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo.

No.	Análisis	Interpretaciones
-----	----------	------------------

<p>I.63. El 50% de los estudiantes declararon que siempre lo consiguieron, el 45,8 % que casi siempre. Sólo el 4,2% manifestó que no trabajó en equipo.</p>	<p>Lo que significa que al ser la escuela un espacio sociocultural, permitió a los estudiantes compartir tareas en las que interactuaran y negociaran, utilizando lenguaje y comunicación. Esta participación de los estudiantes, debió contribuir a su ZDP. Adicionalmente, se esperó que el trabajo colaborativo, y el uso de la tecnología, contribuyeran en alcanzar las metas de comprensión. Se tuvo en cuenta también, que la actividad de resolver problemas fuera un vehículo del aprendizaje de las matemáticas, y que generan motivación en los estudiantes. Aquellos que presentaron dificultades en el trabajo en equipo no lograron por este medio acercarse a su zona potencial de desarrollo. Tolo lo anterior, se basó en (Cubero, 2005); (Vigotsky, 2009); (Gros, 2008); (Gómez & Pérez, 2011); (Coll & Monereo, 2008); (Zañartú, 2011); (Falsetti, 2003); (Dewey, 1998); (Feinberg & Torres, 2014); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Stone, 1999)</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 104. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del AC, pregunta No. 9: Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.64.</p>	<p>El 12,5% de los estudiantes aseguraron siempre tenerlos, el 45,8 % que casi siempre los conocían. El 37,5% señalaron que la mayoría de veces no lo resultó claro y un 4,2% que nunca lo fue</p>	<p>Lo que significa que para la resolución de problemas de adición y sustracción de expresiones algebraicas, se requirió que los estudiantes contextualizaran e hicieran personales los conocimientos, de manera que desarrollaran capacidades para interpretar, discutir, comunicar información matemática, y pudieran modelar los pasos a seguir en la resolución de un problema, a partir de lo que sabían. Lo que permitió observar qué estudiantes comprendían y reconocían los tipos de situaciones problema planteados y quienes tuvieron dificultad en ello. Lo anterior de acuerdo con (Falsetti, 2003); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004)</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 105. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del AC, pregunta No. 10: Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.65.	El 54,2% de los estudiantes indicaron que siempre lo hicieron, el 37,5 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que los estudiantes adquirieron su conocimiento sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas, en un inicio a nivel intermental, es decir interactuando con otros compañeros de forma intencional. El lenguaje fue un instrumento para que pudieran manifestar sus estados mentales entre sí, en el proceso dado de colaboración y se pudiera dar movilización de significados comunes de los conceptos estudiados, así como regulaciones mutuas. Lo anterior basado en (Vigotsky, 2009); (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (Gros, 2008); (Calzadilla, 2002); (Londoño, 2003).
I.66.	Un 8,3% manifestó que la mayoría de veces no valoraban ni compartía aportes con su grupo	Lo que significa que pocos estudiantes, presentaron dificultad para participar en las decisiones del grupo que afectarían el producto final de la clase. Lo que contrario a lo afirmado por (Gros, 2008); (Zañartú, 2011), indica que no hubo negociación y co-construcción, las cuales requerían de diálogos elaborados y habilidades de trabajar en grupo, que permitieran la construcción de conocimiento entre cada estudiante y el grupo al que pertenecían.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3.2. Coevaluación

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la coevaluación del AC del grado 802.

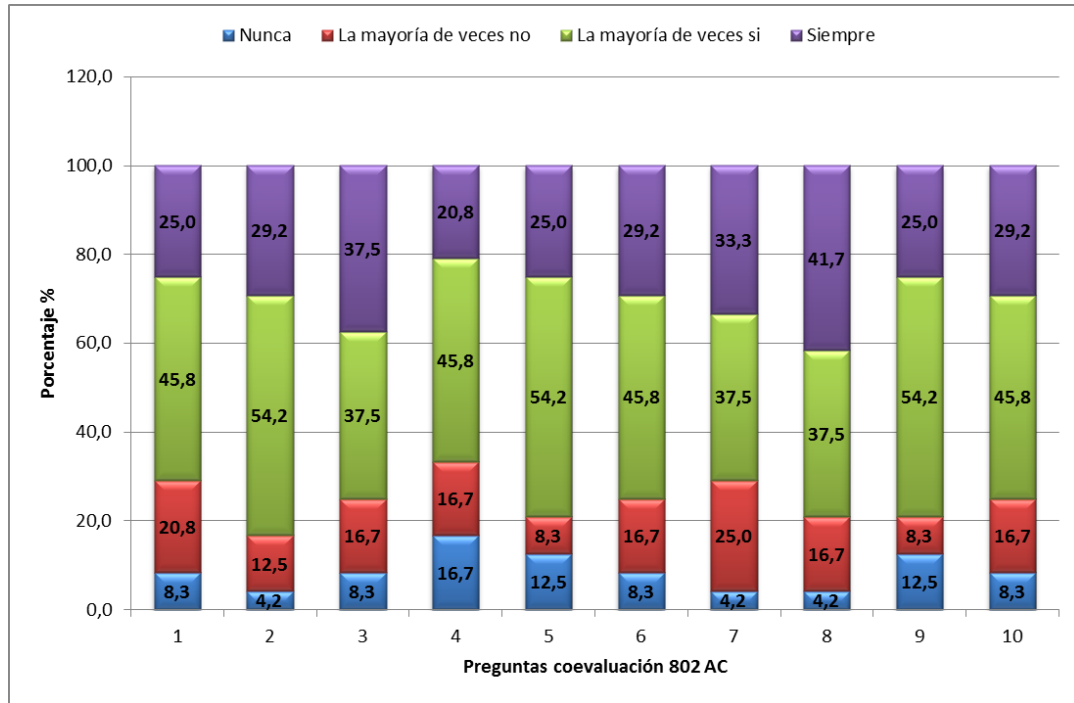


Figura 13. Resultados de coevaluación del AC del grado 802.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 106. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 1: Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.67.	El 25% de los estudiantes contestaron que sus compañeros siempre buscaron solución, entre tanto 45,8% de ellos, que la mayoría de veces si lo hacían.	Lo que significa que los estudiantes en su mayoría consideraron que sus compañeros fueron activos al construir conocimiento de acuerdo a las condiciones dadas en la clase. Y que desarrollaron habilidades sociales como el compromiso con el éxito de los integrantes del grupo, apoyándolos de forma constructiva en la solución de problemas. Según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Dewey, 1998).
1.68.	El 20,8% afirma que sus compañeros casi nunca lo hacían y el 8,3% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que algunos estudiantes no mostraron su actitud de compromiso frente al grupo, según el compañero que lo evaluó; lo que indica además, que no se evidenció compromiso con el aprendizaje propio, es decir, con el autoaprendizaje de estos estudiantes, ni comprensión del valor cognitivo de la colaboración, sobre todo en componentes como: compartir y co-construir (Gros, 2008).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 107. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 2: Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.69.	El 29,2% consideró que su compañero(a) siempre mostró comprensión al resolver las actividades. El 54,2% que la mayoría de veces sí lo hizo. El 12,5% consideró que su compañero(a) la mayoría de veces no mostró comprensión al resolver las actividades. El 4,2% que en ningún momento lo hizo	Lo que significa que a través del desempeño de su compañero, reconocieron en éste que tenía comprensión, al observar su capacidad de: explicar justificar, vincular, reconocer el propósito de los tipos de situaciones problema sobre adición y sustracción de polinomios. Según lo asegurado por (Stone, 1999); (Gallardo, 2004). En los casos en que percibieron falta de comprensión de sus compañeros, no se dio lo expresado por los autores mencionados.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 108. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 3: Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.70.	El 37,5% de los estudiantes afirmó que siempre su compañero las aceptaba. Un 37,5% que la mayoría de veces sí lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que la mayoría de sus compañeros reconocían que la interacción entre compañeros favoreció la construcción de sus propios conocimientos sobre adición y sustracción de E.A. Así como lo hacían la negociación, desacuerdos, regulaciones mutuas y el considerar puntos de vista, dentro de las cuales se dieron las críticas y sugerencias, que conformaron procesos mediante aprendían de una forma más compleja. Como lo señalan (Torbay, 1998); (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Falsetti, 2003); (Dewey, 1998).
1.71.	El 16,7% consideró que la mayoría de veces su compañero no aceptaba críticas y sugerencias y en un 8,3% que nunca lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que no se dio favorable la negociación dialógica con algunos compañeros, al no poder contrastar puntos de vista interpersonales con ellos, para lograr llegar a acuerdos en consenso con relación a los conceptos y problemas sobre adición y sustracción de E.A. Es decir, que contrario a lo afirmado por (Gómez & Pérez, 2011), al no aceptar críticas y sugerencias, con éstos, no se potenció el aprendizaje colaborativo que se basa en una discusión igualitaria que permite un proceso de enseñanza benéfico para todos.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 109. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 4: Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.72.	El 20,8% de los estudiantes expresó que su compañero siempre argumenta. El 45,8% que la mayoría de veces lo hace.	Lo que significa que la argumentación y no la imposición de puntos de vista, constituyó en la mayoría de los casos, una de las formas dialogales por medio de la cual los estudiantes pudieron negociar con sus compañeros los significados de los conceptos estudiados. Así fueron desarrollando habilidades sociales como la argumentación, para apoyar al grupo en la resolución de problemas sobre área y perímetro utilizando expresiones algebraicas, de forma constructiva y colaborativa. Además, El uso de palabras o dibujos para describir situaciones matemáticas y explicar sus estrategias, propenderían por un aprendizaje con comprensión y construcción de sentido. Cómo lo manifiestan (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Gros, 2008); (Zañartú, 2011); (Bransford et al., 2007).
I.73.	El 16,7% considera que su compañero la mayoría de veces no argumenta. El 16,7% que nunca lo hace.	Los estudiantes que opinaron que sus compañeros no argumentaban en la solución de problemas de perímetro y área usando adición y sustracción de expresiones algebraicas, pudieron evidenciar: a. Falta de comprensión, pues al existir ésta en algún nivel, debieron tener la capacidad entre muchas otras de argumentar y justificar la aplicación de métodos que fueran más allá del saber rutinario en la solución de problemas. b. Dificultades en capacidades sociales, para discutir y comunicar información en este caso matemática. Según lo asegurado por (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Stone, 1999).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 110. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 5: Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.74.	El 25% de los estudiantes manifiesta que su compañero siempre propuso utilizarlas. El 54,2% la mayoría de veces lo hizo. Mientras que un 8,3% indicó que la mayoría de veces no lo hacía. El 12,5% que nunca lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes podían observar de manera indirecta la comprensión de su compañero, si éste proponía utilizar las propiedades de la adición para tratar de dar solución a problemas. Para que se diera lo anterior, debió primero surgir la comprensión de conocimientos conceptuales tales como: grado, término semejante, igualdad de polinomios,

adición de polinomios. Posteriormente, los utilizaría en aplicaciones, tanto internas como externas de la adición y sustracción de E.A. De acuerdo a lo afirmado (Gallardo, 2004); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Díaz & Hernandez, 2002). En contraste de lo anterior, algunos estudiantes, manifestaron que no se dio lo anterior, en el compañero evaluado.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 111. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 6: Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.75.	El 29,2% de los estudiantes señaló que su compañero siempre pudo hacerse entender. El 45,8% la mayoría de veces lo logró. En cambio el 16,7% consideró que su compañero no se hizo entender la mayoría de veces. El 8,3% manifestó que nunca lo logró.	Lo que significa que teniendo en cuenta que el conocimiento se adquiere primero a nivel intermental, la interacción y negociación dialógica entre compañeros de manera intencional, se requirió para construirlo. El lenguaje en la mayoría de casos fue un medio para comunicar el estado mental y puntos de vista de los estudiantes y una herramienta para construir conjuntamente el conocimiento de la estructura interna de la adición y sustracción de E.A., al recibir apoyo de los otros, en sus inquietudes. Además, se favoreció el desarrollo de habilidades sociales como la explicación e integración con los demás, en la resolución de problemas. La mayoría manifestó que lo anterior se dio como lo plantean (Serrano & Pons, 2011); (Torbay, 1998); (Gros, 2008); (Cubero, 2005); (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (Zañartú, 2011).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 112. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 7: Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.76.	El 33,3% de los estudiantes considera que su compañero los utilizó. El 37,5% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que el contenido conceptual como foco de la experiencia de aprendizaje y su naturaleza mediadora entre las actividades propuestas y los estudiantes que las desarrollaban, determinó lo que debían investigar y permitió que los estudiantes

	observaran las manifestaciones externas de comprensión de sus compañeros, al usar sus conocimientos sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas en la solución de situaciones de área y perímetro, lo que se entiende como un punto de vista positivo de la comprensión. Según lo afirmado por (Serrano & Pons, 2011); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Boettcher, 2007);
1.77. El 25% manifestó que su compañero la mayoría de veces no lo hizo y que el 4,2% nunca lo hizo.	Pese a que se procuró que los problemas propuestos a los estudiantes fueran acordes a su edad, conocimientos y necesidades, cerca de una tercera parte de los estudiantes consideró que su compañero no utilizó los conceptos de adición y sustracción de E.A., en la solución de problemas, lo que afectó que la experiencia y comprensión de conceptos y propiedades, a partir de la realidad, dieran paso a la formalización del conocimiento conceptual. Además, es probable que los estudiantes se sintieran perdidos, es decir, fuera de su ZDP y requirieran de mayor apoyo del grupo. Como lo indican (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Boettcher, 2007); (Díaz & Hernández, 2002). Sumado a lo anterior, para que los estudiantes utilizaran los conceptos de adición y sustracción de E.A., en la solución de problemas de área y perímetro, era necesario que tuvieran conocimientos bien organizados y pensamiento estratégico, como lo señala (Boettcher, 2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 113. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 8: Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.78.	El 41,7% afirma que su compañero siempre cumplió con su rol. El 37,5% que la mayoría de veces si lo cumplió. Mientras que el 16,7% consideró que la mayoría de veces no lo cumplió. Y el 4,2% que nunca lo hizo.	Lo que significa que la mayoría de los estudiantes consideraron que su compañero cumplió con el rol asignado, y pocos fueron los que no. De acuerdo con (Gómez & Pérez, 2011) el reparto de roles diferenciados llevó a obtener los objetivos propuestos, que de manera individual hubiesen sido más difíciles de alcanzar. Al compartir las responsabilidades del proceso de aprendizaje, los estudiantes debieron comprender el valor cognitivo de la colaboración, como lo afirma (Gros, 2008).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 114. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 9: Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.79.	El 25% afirmó que su compañero siempre utilizó el computador como apoyo. El 54,2% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes en su mayoría, consideraron que su compañero usó el computador como un apoyo en el proceso del trabajo colaborativo y de esa experiencia tomó elementos que le ayudarían a resolver situaciones posteriores sobre los temas de adición y sustracción de E.A. De modo que con las ayudas brindadas en el computador (guías de aprendizaje digitales en PDF; páginas interactivas y de consulta, para comprobar resultados de adiciones y sustracciones de polinomios y solucionar problemas, documentos digitales con información de los temas y videos sobre adición, sustracción de E.A., propiedades y aplicaciones), se buscó crear puentes entre la información suministrada y la comprensión de los estudiantes. Se dirá que las TIC cumplieron la mayoría de veces la función de mediadoras entre los estudiantes, la docente y los contenidos, facilitando la adaptación a diferentes ritmos de aprendizaje y realizar actividades de aprendizaje, como lo aseguran (Gros, 2008); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008);
1.80.	El 8,3% afirmó que la mayoría de veces su compañero no utilizó el computador como apoyo. Que el 12,5% nunca lo hizo.	Contrario a lo sugerido por (Capllonch, 2005); (Coll & Monereo, 2008), el uso del ordenador (videos, guías digitales, páginas web, documentos) en algunos casos no funcionó como herramienta, ni medio para aprender de él y con él, procesar o transmitir información; algunos manifestaban incluso que necesitaban la explicación de la docente para poder comprender los conceptos estudiados. Lo anterior, pudo obedecer a que según (Litwin, 2008) si bien las TIC pudieron favorecer, no eliminaron las dificultades de aprender.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 115. Análisis e interpretación, en la coevaluación del AC, pregunta No. 10: Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.81.	El 29,2% de los estudiantes consideró que su compañero siempre mostró actitud de colaboración y apoyo. El 45,8% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que por medio del lenguaje y la comunicación, los estudiantes identificaron si su compañero tenía actitud de colaborar y apoyar al grupo, en la acción de comunicar al grupo sus ideas y estrategias. De igual forma el aprendizaje colaborativo, fue un modo de organización social dentro del aula, a partir de la cual observaron habilidades como: la interdependencia positiva de objetivos entre los integrantes del grupo, el compromiso con el éxito de los compañeros, aceptar y apoyar a los demás en la resolución de problemas sobre adición y sustracción de E.A. de forma constructiva, y contribuir a un clima de aula positivo, que favoreciera el aprendizaje. (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (Coll & Monereo, 2008); (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (Gómez & Pérez (2011); (López, 2015),
I.82.	El 16,7% consideró que su compañero la mayoría de veces no mostró actitud de colaboración y apoyo. Mientras sólo el 8,3% indicó que nunca lo hizo.	Respecto a los estudiantes que manifestaron que su compañero no mostró colaboración y apoyo al grupo, se puede decir que contrario a lo señalado por (Gros, 2008), no evidenciaron en él responsabilidad en su propio desempeño, para poder contribuir así a la solución de actividades, pues el compromiso individual debió favorecer al grupo; o sea que algunos no asimilaron el valor cognitivo que representa la colaboración, para lograr aprendizaje de mayor calidad y cantidad. Además, el clima de aula en estos casos dificultó el bienestar del grupo, como lo afirman (Gómez & Pérez, 2011); (López, 2005).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3.3. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la evaluación de la docente y del AC del grado 802.

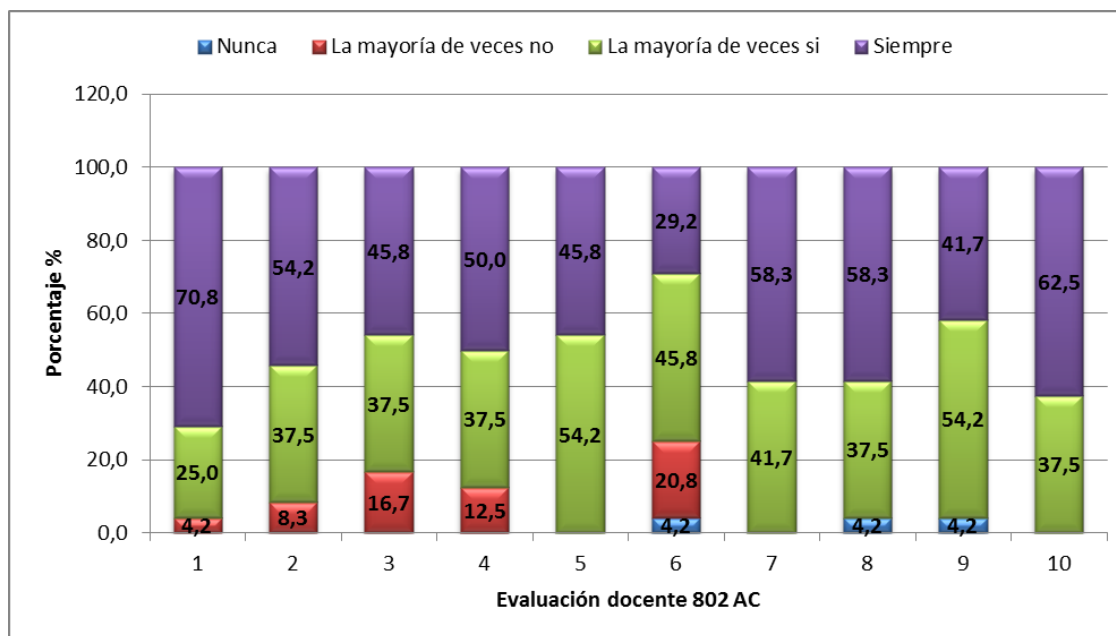


Figura 14. Resultados de la evaluación de la docente y al ambiente de aprendizaje en el AC del grado 802.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 116. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 1: La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.83.	El 70,8% consideró que la docente siempre dio solución a las dudas. El 25% que la mayoría de veces sí lo hizo. Mientras que el 4,2% consideró que la mayoría de veces no lo hizo.	Lo que significa que de acuerdo al enfoque socioconstructivista, la docente procuró, ser un apoyo en la construcción de los conocimientos de los estudiantes, a través de la interacción con ellos. Así mismo fue mediadora y guía entre la construcción del conocimiento de los estudiantes y los significados de los conceptos de adición y sustracción de E.A y su estructura interna. Permitiendo además, que los estudiantes aprendieran de la manera más autónoma que les fuese posible. La comunicación que se esperó generar en las sesiones dentro del aula fueron de carácter relacional. Como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (González, 2012); (Falsetti, 2003); (López, 2015); (Godino, Batanero & Font, 2003). Un bajo porcentajes consideró que lo anterior no se dio como se menciona y no sintieron apoyo por parte de la docente en la mayoría de veces que la requirieron.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 117. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 2: La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.84.	El 54,7% de los estudiantes manifestaron que siempre fueron adecuadas. El 37,5% que la mayoría de veces lo fueron. En cambio el 8,3% consideró que la mayoría de veces no lo fue.	Lo que significa que sobretodo el computador en esta investigación, cumplió el papel de mediador; por lo que resultó importante que el software, superando las dificultades de la institución, brindara un nivel que se acomodara a las necesidades del trabajo colaborativo y la mayoría de los estudiantes lo percibieron de esta manera. Las actividades impresas sobre adición y sustracción de E.A., las hojas de trabajo y el computador, fueron recursos por medio de los cuales los estudiantes pudieron adquirir habilidades propias, con ayuda de un ambiente de aprendizaje que favorecía la relación entre los estudiantes con los materiales brindados. Según (Gros, 2008); (Dewey, 1998); (López, 2015). Algunos estudiantes opinaron que los materiales no fueron adecuados a sus necesidades la mayoría de veces, según (Boettcher, 2007) éstos no lograron acercarse a los materiales y experiencias, dificultándose desarrollar la conciencia de cómo aprendían y qué estrategias y materiales funcionaban para ellos.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 118. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 3: Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.85.	El 45,8% opinó que siempre fueron suficientes. El 37,5% que la mayoría de veces lo fueron. Un 12,5% opinó que la mayoría de veces no fueron suficientes los materiales.	Lo que significa que la mayoría opinó que los materiales suministrados contribuyeron favorablemente a la comprensión de los temas de adición y sustracción de E.A. y su estructura interna. El computador fue utilizado para aprender de él y con él. Lo anterior, debió darse por la relación directa de los estudiantes con la experiencia brindada con los materiales, que propiciaron una construcción subjetiva del conocimiento y la toma de conciencia y autorregulación. Según lo señalado por (Cubero, 2005); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008); (Capllonch, 2005) En los casos desfavorables, contrario a lo afirmado por (Bransford, 2007) los materiales y actividades

diseñadas no favorecieron la comprensión ni permitieron desarrollar habilidades necesarias para funcionar efectivamente, en estos estudiantes.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 119. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 4: Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.86.	El 50% expresó que siempre pudieron utilizarlos. El 37,5% que la mayoría de veces si los pudo utilizar. Y el 12,5% expresó que la mayoría de veces no lo lograron	Lo que significa que se procuró que el software utilizado, tuviera un nivel técnico acomodado a las necesidades de los estudiantes frente al trabajo colaborativo y que fuera fácil de mantener, como lo sugiere (Gros, 2008). Algunos estudiantes tuvieron dificultades para utilizar los materiales del computador, debido al mal estado de estos, la falta de conectividad, y fallas técnicas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 120. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 5: Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.87.	EL 45,8% consideró que siempre fue apropiada. El 54,2% que la mayoría de veces si lo fue.	Lo que significa que los estudiantes en general consideraron que la calidad de los videos sobre adición, sustracción, propiedades de polinomios, guía de aprendizaje digital, páginas web, sugeridos fue apropiada. Se buscó que el diseño de estos materiales, no fueran complejos, con el fin de que se favoreciera la comprensión y se vinculara los estudiantes a la investigación y práctica del conocimiento que iban alcanzando y de este modo proponer herramientas que pudieran superar su mal entendimiento. Además, se tuvo en cuenta, que el conocimiento sería construido por la interacción entre la percepción de la realidad de los estudiantes (de su entorno, materiales a su alcance) y sus procesos internos. (Torrey, 1998); (Stone, 1999); (Litwin, 1994)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 121. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 6: El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.88.	El 29,2% consideró que siempre el tiempo fue suficiente. El 45,8% que la mayoría de veces lo fue.	Lo que significa que el 75% de los estudiantes consideró que el tiempo otorgado en las sesiones de clase, fue suficiente para desarrollar las actividades propuestas para su aprendizaje. El tiempo que tuvieron se repartió así: Sesión uno, se dio un tiempo de 145 min (2,4 horas), para consultar la guía, videos, páginas web, practicar actividades de refuerzo, desarrollar la actividad No. 1, y hacer evaluación diagnóstica continua. En la sesión dos, se dio un tiempo de 195 min (3,25 horas), con una dinámica similar a la anterior, en ésta la docente consideró que debía darse más tiempo. Lo anterior se procuró sustentar en lo afirmado por (Calzadilla, 2002); (Gómez & Pérez, 2011); (López, 2015).
I.89.	El 20,8% consideró que la mayoría de veces el tiempo no fue suficiente. Y sólo un 4,2% consideró que nunca lo fue.	De otro lado, la cuarta parte de los estudiantes consideró que el tiempo dado en las sesiones no fue suficiente. Lo que contrario a lo afirmado por (Calzadilla, 2002); (Collazos & Mendoza, 2006); (Dewey, 1998); (López, 2015), el periodo de tiempo que los grupos tuvieron para integrarse, desarrollar habilidades y hacer reflexiones en favor del aprendizaje, afectó los objetivos o fines esperados y la posible integración de lo aprendido con lo conocido, que fue preparado y ordenado en la unidad didáctica que se diseñó.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 122. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 7: Son claros los objetivos planteados por la docente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.90.	El 58,3% opinó que siempre fueron claros. El 41,7% que la mayoría de veces lo fueron.	Lo que significa que los estudiantes, en general manifestaron haber tenido claridad de los objetivos propuestos. De modo que la docente tuvo en cuenta su papel como orientadora de la actividad mental de aquellos y al diseñar los objetivos de las sesiones de clase, tuvo en cuenta cuestiones como: ¿Qué era lo que más quería que aprendieran los estudiantes? ¿Qué tareas podía resultar significativas para ellos?, según lo sugerido por (Serrano & Pons, 2011); (Stone, 1999).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 123. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 8: Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.91.	El 58,3% consideró que siempre lo fueron. El 37,5% que la mayoría de veces si lo fueron. Sólo un 4,2% consideró que nunca fueron suficientes.	Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideraron que la información y herramientas suministradas en las guías de trabajo fueron suficientes para desarrollar las actividades que se propusieron en las sesiones de clase. La docente procuró diseñar las dos guía de aprendizaje, una para cada sesión, de manera que se involucrara a los estudiantes y éstos pudieran ir resolviendo las actividades con la comprensión que iban alcanzando en el estudio de las mismas. De esta manera, las guías se estructuraron, de modo que los estudiantes pudieran ser capaces de explorar, explicar y evaluarse a sí mismos sobre su proceso de aprendizaje. (Stone, 1999); (Bransford et al. (2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 124. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 9: Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.92.	El 41,7% pensaron que siempre fueron útiles. El 54,2% que la mayoría de veces lo fueron. El 4,2% que nunca lo fueron.	Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideró que las guías constituyeron una actividad mediadora que les permitía, de una manera más autónoma, dar sentido a su contenido y al aprendizaje. Su propósito fue que la comprensión de la adición y sustracción de E.A. surgiera, a medida que los estudiantes ponían en práctica los conocimientos que iban alcanzando y desarrollaran un compromiso reflexivo mediante las tareas que implicaban un desafío realizable. Así mismo, se procuró que las guías estuvieran acorde a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes y que las actividades propuestas en ellas, favorecieran la comprensión, como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Stone, 1999); (González, 2012) ; (Dewey, 1998) ; (Bransford et al. (2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 125. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del AC, pregunta No. 10: Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
1.93.	El 62,5% de los estudiantes indicó que siempre correspondieron. El 37,5% que la mayoría de veces si fue así.	Lo que significa que durante las dos sesiones, los estudiantes confirman haber estado desarrollando actividades en torno al contenido sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones, como tópicos generativos y conocimientos conceptuales y procedimentales. Como instrumento mediador entre las actividades y los conceptos, se propuso el uso del computador (videos sobre adición, sustracción, propiedades de polinomios, guías de aprendizaje digital, páginas web). (Serrano & Pons, 2011); (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008); (Stone, 1999); (Díaz & Hernández, 2002)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.1.3.4. Pretest y postest

A continuación se muestran las tablas y gráfica, donde se analizan e interpretan cada una de las ocho preguntas correspondientes al pretest y postest del AC del grado 802.

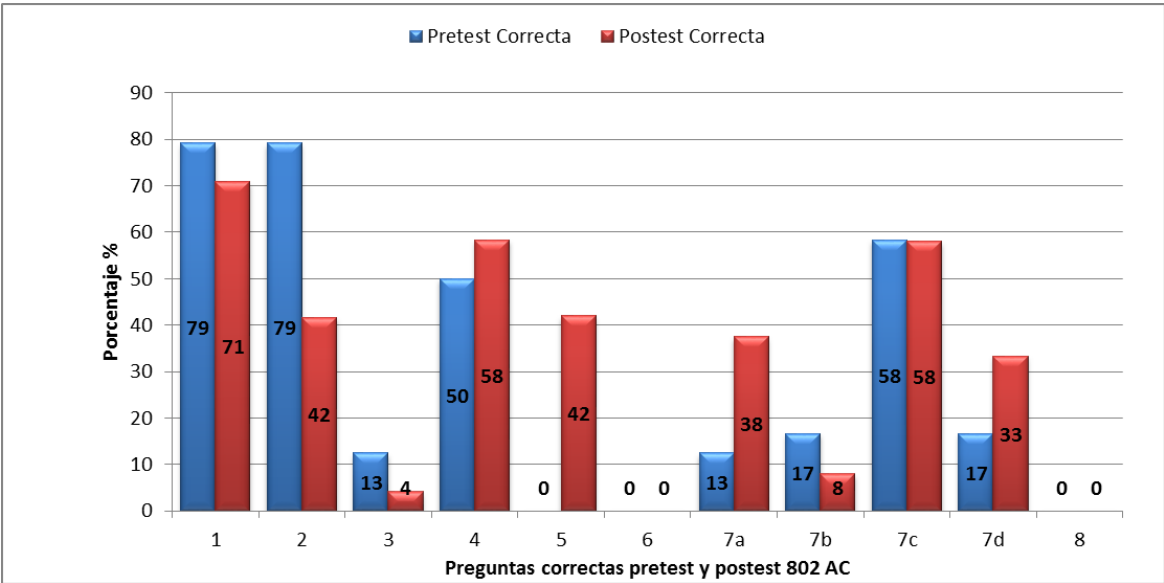


Figura 15. Resultados del pretest y postest del AC de los estudiantes del grado 802.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 126. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 1](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.94.	El 79% de los estudiantes respondieron acertadamente en el pretest. Mientras un 71% de los mismos estudiantes, acertaron en el postest.	Lo que significa que hubo una pequeña diferencia desfavorable del 8% entre los resultados del pre y postest. Es decir, que la comprensión del conocimiento conceptual de la suma de dos polinomios de la forma $P(x) + Q(x)$ dados, luego de la exposición al ambiente AC, no se observó que hubiera sido impactada de manera apreciable.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 127. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 2](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.95.	El 79% de los estudiantes la respondieron correctamente durante el pretest. En el postest el 42% acertó.	Lo que significa que hubo una diferencia desfavorable del 37% entre los resultados obtenidos en el pre y postest. Por tanto, se infiere que la comprensión del conocimiento procedimental, para resolver problemas de perímetro aplicando el concepto de adición de polinomios y la naturaleza relacional de la igualdad para encontrar un resultado equivalente a la suma de los lados de la figura geométrica dada, bajo el ambiente de AC no se impactó positivamente luego de las sesiones de clase con el AC.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 128. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 3](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.96.	El 13% de los estudiantes respondieron apropiadamente en el pretest. En cambio en el postest sólo lo hizo correctamente un 4%	Lo que significa que la diferencia de la comprensión entre el pretest y el postest fue desfavorable en un 9%. Además en ambos test, los estudiantes evidenciaron falta de comprensión en la solución de ejercicios donde dados los polinomios A, B y C, se solicita encontrar el resultado de la expresión $A-B-C$. Se evidenció dificultades en ejercicios que requieren de la sustitución de expresiones algebraicas y posterior aplicación del concepto de sustracción de polinomios, para su solución. Por lo tanto, el AC no impactó favorablemente la comprensión de este tipo de situaciones.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 1291. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 4](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.97.	EL 50% de los estudiantes contestaron correctamente esta pregunta en el pretest. Entre tanto, en el postest un 58% lo hizo.	Lo que significa que la diferencia fue favorable en un 8%, en la comprensión manifestada por los estudiantes en esta pregunta. Por consiguiente, aproximadamente la mitad de los estudiantes no mejoró su comprensión para resolver problemas de suma monomios con áreas de figuras compuestas, mostrando falencias en conceptos como: grado, términos semejantes, adición de monomios; después de la metodología de AC.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 130. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 5](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.98.	El 0% de los estudiantes respondió acertadamente a esta pregunta en el pretest. En el postest, en cambio, un 42% lo hizo correctamente.	Lo que significa que se dio una diferencia favorable del 42%, en la comprensión de los estudiantes en esta pregunta. De este resultado se deduce que el entorno AC favoreció la comprensión de problemas de modelación polinomiales, con baldosas o algeblock para sumar y restar monomios y polinomios.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 131. Análisis e interpretación, pretest y postest del AC, [Pregunta No. 6](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
1.99.	El 0% de los estudiantes tanto en el pretest como en el postest respondieron de manera correcta a esta pregunta.	Lo que significa que los estudiantes en general previamente no tenían comprensión, ni lograron alcanzarla, luego de la metodología AC, sobre la solución de problemas en los que se requería simplificar una sustracción de polinomios dada, aplicando algunas propiedades de anillo y cuerpo, para ese propósito. Algunos estudiantes reconocían el polinomio opuesto o simétrico del sustraendo, pero no la simplificación de términos semejantes, ni tenían en cuenta el grado de los términos, ni del polinomio.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 132. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, [Pregunta No. 7](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.100.	En la pregunta 7a. el 13% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. Mientras en el posttest lo logró un 38%.	Lo que significa que la diferencia de la comprensión en este punto fue del 25% a favor de la comprensión de la propiedad de existencia del elemento simétrico de un anillo del polinomio, es decir $x + (-x) = e$, la cual manifestaron, al completar igualdades de expresiones algebraicas que la requerían.
I.101.	En la pregunta 7b. el 17% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. Mientras en el posttest sólo el 8% lo logró.	Lo que significa que no hubo diferencia desfavorable del 9%, en la comprensión de este punto por parte de los estudiantes. De modo que en el proceso de trabajo colaborativo, no se favoreció la comprensión de la propiedad del elemento neutro del anillo de polinomios, es decir $x + e = x$
I.102.	En la pregunta 7c. tanto en el pretest como en el posttest los estudiantes respondieron en un 58% correctamente este punto.	Lo que significa que no se manifestó diferencia en la comprensión por parte de los estudiantes de la propiedad conmutativa de la adición de polinomios $x + y = x + y$. Es decir, que el ambiente AC, no impactó ni favorable ni desfavorablemente la comprensión del conocimiento conceptual de esta propiedad en los estudiantes.
I.103.	En la pregunta 7d. el 17% de los estudiantes en el pretest respondió correctamente a la pregunta. En tanto que, el 33% en el posttest lo hizo.	Lo que significa que se observó una diferencia favorable del 16% en la comprensión de la propiedad asociativa $(x + y) + z = x + (y + z)$. Se concluye que el entorno AC, favoreció la comprensión en algunos casos de esta propiedad de la adición de polinomios.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 133. Análisis e interpretación, pretest y posttest del AC, [Pregunta No. 8](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.104.	El 0% de los estudiantes tanto en el pretest como en el posttest respondió correctamente a la pregunta	Lo que significa que no se afectó la comprensión de los estudiantes después de la aplicación de la metodología de AC, en cuanto a problemas que requieren expresar en lenguaje algebraico, la operación de

sustracción de dos polinomios dados y calcular su diferencia. Por lo tanto no fue impactada de forma alguna la comprensión de la sustracción entre dos polinomios cuando se expresa de forma verbal por medio de la metodología empleada.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2 Análisis de la aplicación de la unidad didáctica en el ambiente de aprendizaje basado en problemas ABP en el grado 801

En el siguiente apartado se dan los análisis e interpretaciones de la unidad didáctica, su aplicación y los resultados arrojados al aplicar las evaluaciones que corresponden a la autoevaluación, coevaluación, evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje, lo mismo que al pretest y posttest; aplicados a los estudiantes del grado 801 en el ambiente de aprendizaje ABP.

4.2.1. Sesión uno

4.2.1.1 Inicio sesión uno

Tabla 134. Análisis e interpretación del inicio de la sección uno de la unidad didáctica del ABP grado 801.

No.	Análisis	Interpretación
I.105.	<p>Previo a la sesión uno, se aplicó un pretest, como evaluación diagnóstica para conocer los saberes previos al concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, de los estudiantes y la forma como resolvían los problemas relacionados con ellos. A partir de la información obtenida, se diseñó la guía de aprendizaje y las actividades que permitan alcanzar los objetivos de aprendizaje propuestos y aprovechar los conocimientos que ya poseían los estudiantes. Esta prueba se logró aplicar al 100% de los estudiantes.</p>	<p>Lo que significa que en esta actividad se pretendió construir sobre lo que los estudiantes ya conocían, basada en uno de los principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje y en un elemento del ABP¹¹, los conocimientos previos, que servirían para la elaboración de los problemas que se propondrían en las actividades y la UD¹² en general. Además, en el término enseñanza diagnóstica, descrita en la perspectiva de ambiente centrada en quien aprendía, como lo sugieren (Boettcher, 2007); (Bransford et al., 2007); (Moust, 2007). Los datos obtenidos en el pretest se analizarán más adelante.</p>
I.106.	<p>Al inicio de la sesión se conformaron grupos de tres estudiantes cada uno, a cada grupo se le asignó un portátil, en el cual se encontraban los materiales de apoyo para la clase. Además, se asignaron los roles que cada integrante desempeñaría dentro del grupo, estos fueron: moderador, secretario y relator, cada uno de ellos explicado debidamente. Lo anterior, reconociendo que las interacciones producidas entre los estudiantes, hacían parte del ambiente o escenario donde desarrollarían su aprendizaje.</p>	<p>Lo anterior significa que el comienzo de la sesión uno se desarrolló teniendo en cuenta conceptos del constructivismo social y de ambiente de aprendizaje, y características como el requerimiento de la interacción con otros compañeros para construir sus propios conocimientos, pues de estas resultaría el desarrollo de un ambiente favorable al aprendizaje, como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Torrey, 1998); (López, 2015).</p>
I.107.	<p>Para dar comienzo a la sesión uno: adición de expresiones algebraicas, se planteó a los estudiantes un problema relacionado con la aplicación del concepto de perímetro para encerrar terrenos. Se tuvo en cuenta su contexto, el cual es rural, donde se maneja constantemente el concepto de perímetro, al requerir encerrar terrenos para diferentes actividades, sobre todo agrícolas.</p>	<p>Lo que significa que se procuró que el problema planteado al inicio de la sesión y los propuestos a lo largo de la misma, se escribieran en lenguaje sencillo y fueran familiares a los estudiantes, es decir con figuras geométricas, rectángulos, cuadrados, triángulos, con longitudes desconocidas para dar ingreso a la adición de expresiones algebraicas; en un contexto que los estudiantes pudieran reconocer con facilidad. Se presentó el problema al iniciar la sesión, para mostrar las necesidades de lo que debían aprender. A partir de esta idea los estudiantes debían consultar la información que requerían conocer, para luego volver al problema y proponer sus posibles soluciones. Se esperó que el problema generara estímulo de habilidades como: el liderazgo, la</p>

¹¹ ABP: iniciales de Aprendizaje Basado en Problemas

¹² UD: Iniciales de Unidad Didáctica

	comunicación, la creatividad y el trabajo pluridisciplinar, como lo afirma (Font, 2004).
I.108. Con apoyo del video proyector, la docente presentó el problema al grupo, para estimular el estudio de los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas y las situaciones problemáticas que se les propondrían. Además, se hizo una reseña histórica sobre la cronología de las operaciones con expresiones algebraicas y algunos matemáticos relacionados con el desarrollo de éstas, tales como: Al-Karaji y François Vietá.	Lo que significa que se planeó el inicio de la sesión, a partir de preguntas que se hizo la docente como: ¿Cómo abordar mejor el tema? ¿Cómo facilitar la evolución de los estudiantes? ¿Cómo motivar el interés por los conceptos y situaciones problema que se propondrán?. Y se utilizó las TIC con el uso del computador y una presentación en Power Point, como apoyo en la presentación de información introductoria a la sesión uno. Lo anterior, teniendo en cuenta lo sugerido por (Escribano & Del Valle, 2015); (Coll & Monereo, 2008)
I.109. La aplicación de la sesión uno se dio en la sala de sistemas, que era el lugar más idóneo dentro de la institución para hacerlo; dentro de esta los grupos se organizaron alrededor de las dos mesas grandes que la conforman, correspondiéndole a cada grupo un portátil. El espacio donde se desarrolló la actividad fue de tipo aúlico. Por las característica del grupo se permitió que los estudiantes escogieran los integrantes en sus grupos.	Lo que significa que al diseñar la unidad didáctica, se consideraron nociones del ambiente de aprendizaje, tales como: el entorno, que comprende todo lo que abarca el proceso educativo, desde los elementos de la infraestructura del aula hasta los materiales para la clase; tanto aspectos físicos, como afectivos y sociales, de los estudiantes. El ambiente: que es el espacio donde se desarrolló la actividad educativa, con apoyo de TIC. Lo anterior, reconoció que la combinación de los elementos mencionados podía producir efectos favorables o desfavorables en el aprendizaje de los estudiantes, como lo indica (Vité, 2012).
I.110. Se permitió que desde el inicio de la sesión uno, tuvieran espacio las interacciones de los estudiantes, primero con los problemas sugeridos en la actividad No. 1, luego con el contenido, el conocimiento y la docente. El ambiente creado fue simple, de acuerdo a las características del grupo y los recursos con que cuenta la institución educativa Liceo de Occidente. En todo momento se procuró favorecer y equilibrar los niveles de interacción entre los estudiantes y los recursos puestos a su disposición.	Lo que significa que el diseño de la sesión uno, se planeó teniendo en cuenta principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje: como ofrecer distintas formas de interacción para los estudiantes, a partir de actividades individuales y grupales, favoreciendo canales de comunicación, colaboración y compromiso, como lo describe (Boettcher, 2007).
I.111. El contenido de la sesión uno, constituyó un mediador de la actividad de resolver problemas que los estudiantes debían desarrollar en torno a ellos. Correspondió a la adición de monomios, polinomios y en general expresiones algebraicas. Que	Lo que significa que como elemento del constructivismo, los contenidos (adición de expresiones algebraicas, con su estructura de anillo y cuerpo y los métodos vertical y horizontal para sumar polinomios), representaron los saberes que posibilitarían la conservación y transmisión a los estudiantes

	representan uno de los conceptos básicos en la enseñanza del álgebra en grado octavo.	de conocimientos conceptuales básicos de grado octavo en el área de álgebra, como lo expone (Serrano & Pons, 2011).; (Díaz & Hernández, 2002).
I.112.	Los objetivos planteados en la sesión, fueron de tipo conceptual, procedimental y actitudinal, los cuales tenían la finalidad de establecer las metas de comprensión que se deseaban alcanzar, además de que se favoreciera tanto la comprensión de los estudiantes, como su interés y la habilidad de resolver problemas que requerían del concepto de adición de expresiones algebraicas.	Lo que significa que los objetivos constituyeron las metas de comprensión de la propuesta didáctica y preguntas como ¿Qué era lo que más se quería que los estudiantes comprendieran al final de la sesión? guiaron su elaboración. Además, con el conocimiento por parte de los estudiantes de los objetivos de la sesión, se esperó hacerlos conscientes de la responsabilidad de pasar de un método a uno como el ABP, como lo afirman (Bransford et al, 2007); (Escribano & Del Valle, 2015); (Stone, 1999).
I.113.	Para el diseño del problema, la planeación y construcción de los temas, objetivos y actividades de la sesión, se tuvieron en cuenta cuáles objetivos de aprendizaje se perseguían, el tipo de tarea más adecuada para que los estudiantes los alcanzaran, así como la forma en que se les mostraría la información, respecto al concepto de adición de expresiones algebraicas, que constituyó el objeto matemático a comprender. Lo anterior con el fin de que reconocieran el propósito de los problemas propuestos y se apropiaran de su significado. Obedeciendo además lo anterior, a aplicación de la concepción constructivista del aprendizaje de las matemáticas por tratarse del ABP.	Lo que significa que para que los estudiantes adquirieran los nuevos conocimientos (Adición de expresiones algebraicas, métodos de adición) y activaran los que ya tenían (Grado, términos semejantes, monomio, polinomios, expresión algebraica, perímetro), se procuró tener en cuenta condiciones de la teoría de ABP, sobre todo para el diseño de las tareas en general y elaboración de los problemas propuestos en la sesión. Lo anterior, teniendo en cuenta que el tópico generativo a investigar por parte de los estudiantes fue la adición de expresiones algebraicas, como objeto matemático a comprender y reconocer su significado en la solución de problemas. Lo anterior, considerado desde el punto de vista de la concepción constructivista del aprendizaje de las matemáticas. Según lo afirmado por (García & otros, 2008); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (Ayres, 2003); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000).
I.114.	El rol jugado por la docente investigadora, no sólo buscó ofrecer conocimiento a los estudiantes, sino brindarles apoyo en la construcción del mismo a través de procesos de interacción con ellos y mediando entre su estructura cognitiva y los saberes esperados. Sin embargo, debía también permitir que aprendieran de la forma más independiente que les fuera posible. Además de lo anterior, atendió aspectos	Lo que significa que la docente buscó no sólo impartir conocimiento a sus estudiantes, sino brindarles apoyo para que lo construyeran mediante procesos de interacción e interactividad, obedeciendo a su funciones de orientadora de la actividad mental y mediadora entre las estructura cognitiva de los estudiantes y los saberes que debían aprender (Adición de expresiones algebraicas y sus aplicaciones). Procurando a la vez, que los estudiantes logaran aprender de la manera

relacionados con el clima de aula positivo, que favoreciera la motivación por el aprendizaje a los estudiantes, apoyándose en la metodología ABP y el uso de materiales.

más autónoma que les fuera posible. Teniendo en cuenta lo sugerido por (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (González, 2012); (Boettcher, 2007); (Dewey, 1998); (Herstein, 1980); (Lentin & Rivaud, 1971).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.1.2. Desarrollo sesión uno

Tabla 135. Análisis del desarrollo de la sesión uno de la unidad didáctica del ABP del grado 801.

No.	Análisis	Interpretación
I.115.	Luego de la presentación realizada por la docente, se entregó a cada grupo la Actividad No. 1 Adición de expresiones algebraicas, impresa para su revisión. Posteriormente, el grupo revisaría en la guía de aprendizaje los conceptos, ejemplos y aplicaciones suministrados, que requerían. Se solicitó a los grupos que constantemente revisaran lo que iban comprendiendo, y fueran tomando apuntes de los más importante que consideraban para registrar y guardar en el portafolios.	Lo que significa que este primer momento de actividades de los estudiantes, se relacionó con la fase problémica del ABP, en la que reconocían los problemas sobre adición de expresiones algebraicas y sus aplicaciones en problemas de área y perímetro, y debían identificar qué saberes eran necesarios para darles solución. La anterior fase, también se relacionó con los procesos de enfrentar y analizar un problema en compañía de un grupo y utilizando conceptos previos (Grado, términos semejantes, polinomio, monomio, expresión algebraica) (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Escribano & Del Valle, 2015); (Lentin & Rivaud, 1971); (Ayres, 2003).
I.116.	Los conceptos en la guía de aprendizaje No. 1, sobre adición de expresiones algebraicas, estaban acompañados de actividades de refuerzo, para que los estudiantes fueran practicando lo que iban comprendiendo. En estas actividades, se ofrecieron diferentes recursos, tales como: Videos, páginas de internet interactivas, y ejercicios cortos.	Lo que significa que en el diseño de la clase y sus actividades, se buscó de desarrollar conocimiento procedimental, involucrando a los estudiantes para que practicara la comprensión que iban alcanzando, como una forma de evaluación diagnóstica continua. Con el fin de que se vincularan las metas de comprensión, al aplicar y desarrollar la comprensión de conocimientos conceptuales tales como: adición de polinomios, monomios y en general expresiones algebraicas, por medio de método vertical y horizontal, a través de la práctica, como lo afirma (Stone, 1999); (Díaz & Hernández, 2002); (Lentin & Rivaud, 1971); (Ayres, 2003).
I.117.	La guía de aprendizaje No. 1, inició con conceptos que se consideraron básicos para lograr la comprensión del tema de adición de expresiones algebraicas, tales como definiciones de: grado, términos semejantes, expresiones algebraicas, monomio. Para apoyar estos conceptos	Lo que significa que en la guía se dio repaso a la estructura interna del concepto de adición de expresiones algebraicas (Monomio, polinomio, expresión algebraica, grado, términos semejantes) que se consideró necesaria para que los estudiantes pudieran proponer soluciones a los problemas

	<p>básicos además se sugirieron páginas de internet que profundizaban en estos.</p>	<p>plantados. A la vez que se relacionaron y organizaron sus diferentes partes, para que se diera una secuencia temporal en el aprendizaje y pudieran construir conceptos importantes a partir de los ya existentes, como uno de los fines de la educación, como lo afirman (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Dewey, 1998); (Stone, 1999); (Lentin & Rivaud, 1971); (Ayres, 2003).</p>
I.118.	<p>El análisis de la guía de aprendizaje, se propuso que fuera en grupos de aprendizaje, de modo que sus integrantes pudieran explicar unos a otros las situaciones planteadas y pudieran entre sí aclarar los conceptos que iban consultando. Además de que constantemente debían analizar y compartir lo comprendido de la consulta, mediante el diálogo, para que pudieran enfrentar las situaciones problemáticas propuestas, con estos nuevos conocimientos.</p>	<p>Lo que significa que la discusión de las tareas propuestas en un grupo de aprendizaje, fue importante para la activación de los conocimientos que traían los estudiantes y se facilitara la adquisición de los nuevos. Lo que se relaciona también, con la construcción de significados al actuar en un entorno estructurado e interactuando con otros compañeros y compartiendo con ellos lo que iban aprendiendo para enfrentar las situaciones problemáticas propuestas, lo que corresponde a la fase investigativa – formativa del ABP. Como lo afirman (García & otros, 2008); (Serrano & Pons, 2011); (Moust, 2007); (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Cubero, 2015; Baquero, 1997)</p>
I.119.	<p>La guía de aprendizaje, representó un material de consulta para alcanzar los objetivos propuestos en la sesión , que se trabajarían en grupo, luego de analizar los problemas propuestos en la actividad No. 1</p>	<p>Lo que significa que luego de que los estudiantes se enfrentaran a los problemas, e hicieran un análisis de los conocimientos que requerían ir desarrollando para resolverlos, debieron en el proceso, consultar materiales, que en la sesión, se les brindó, a través de la guía de aprendizaje, en la cual se ofrecieron recursos, como videos, páginas de internet, teoría, ejemplos y aplicaciones. Como lo sugieren (Escribano & Del Valle, 2015); (Moust, 2007); (Equipo pedagogía UTP, 2014)</p>
I.120.	<p>Aunque los estudiantes debieron desarrollar el trabajo realizado en la sala, en grupos, cada estudiante debía tomar una actitud activa en su aprendizaje y desarrollar habilidades de juicio para poder construir su propio conocimiento, administrar su tiempo y su autoaprendizaje. Lo que requería de disciplina por parte de cada estudiante, así como aprender a diferenciar lo importante de lo trivial, y finalmente compartir y explicar a sus compañeros lo aprendido.</p>	<p>Lo que significa que Si bien la metodología ABP requirió de desarrollar las actividades de manera grupal, según lo sugerido por (García & otros, 2008); también se esperó una postura activa de cada estudiante en su proceso de aprendizaje, buena disposición para aprender significativamente, disciplina, trazar un plan de estudio en lo posible individual, que también le permitirá compartir sus inquietudes y conocimiento con sus compañeros y a la vez habilidades de autoaprendizaje, según lo afirman (Moust, 2007); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Serrano & Pons, 2011).</p>

<p>I.121. Se utilizó el computador como medio para favorecer la comprensión en la resolución de problemas relacionados con el concepto de adición de expresiones algebraicas, como alternativa al método de la explicación por parte del docente en el tablero y posteriormente la práctica por parte de los estudiantes. A través de su uso, los estudiantes podían tener acceso a información, guía digital, videos, páginas de internet, documentos en Word y PDF, de los cuales podían obtener definiciones, explicaciones, aplicaciones, ejemplos y actividades de refuerzo, para así seleccionar y apropiarse los conocimientos que requerían de una manera más autónoma y consciente.</p>	<p>Lo que significa que la docente propuso un método de enseñanza, buscando superar las dificultades del aprendizaje de los estudiantes, sobre todo en la resolución de problemas, aprovechando al apoyo que brindan actualmente las TIC como lo afirma (Litwin, 1994). Además, se consideraron algunos usos del ordenador en el aprendizaje, como lo indica (Quintana, citado en Capllonch, 2005), y el hecho de que los recursos semióticos en el computador, fueron similares a los que se hubiesen manejado en el aula de clase, el uso del computador amplía la capacidad humana para procesar, representar, transmitir y compartir mucha información, cada vez con menos limitaciones de espacio y tiempo. Además se buscó favorecer la autonomía y protagonismo de los estudiantes, según lo indicado por (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, & Onrubia, 2008).</p>
<p>I.122. En la actividad No. 1, sobre adición de expresiones algebraicas, se propusieron diferentes tipos de problemas, que una vez reconocidos, los estudiantes debían identificar los saberes que requerían para poder darles solución, y consultarlos en la guía de aprendizaje y herramientas proporcionadas, a través del computador. Se esperó que además, que los estudiantes se apropiaran de los conocimientos y habilidad de resolver problemas, y que logaran ver en las dificultades y errores formas de aprender.</p>	<p>Lo que significa que en la actividad No. 1, se proporcionaron diferentes situaciones problemáticas, frente a las cuales los estudiantes debían promover una relación entre lo que ya conocían (grado, términos semejante, expresión algebraica, monomio, polinomio) y los saberes que debían consultar para su aprendizaje (adición de monomios, polinomios, expresiones algebraicas, métodos de adición y aplicaciones), para poder proponer solución a las mismas. La resolución de problemas, constituyó un vehículo importante para el aprendizaje de los contenidos conceptuales y procedimentales, desde el punto de vista constructivista del aprendizaje de las matemáticas. Además, de favorecer el desarrollo de capacidades para interpretar, discutir, comunicar y evaluar críticamente cuando fuera necesario. Lo anterior según lo afirmado por (Godino, Batanero & Font, 2003); (Falsetti, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (Ayres, 2003); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez, M et al., 2013); (Díaz & Hernández, 2002).</p>
<p>I.123. Al desarrollar la actividad No. 1, los estudiantes manifestaron dificultades en la comprensión de los problemas propuestos, por lo que constantemente pedían ayuda a la docente. Al momento</p>	<p>Lo que significa que se buscaron situaciones en lo posible desafiantes y contextualizadas para los estudiantes. Contrario a lo esperado, con el uso del computador (videos sobre: conceptos previos, explicaciones sobre adición</p>

<p>de intentar resolverlos, manifestaban no saber qué hacer y la mayoría de grupos no retornaba al material suministrado, sino que esperaban a que la docente les explicara lo que debían hacer. En algunos grupos, se observó también, que no hacían discusiones, ni propuestas sobre la solución de problemas, en su lugar, si un integrante del grupo entendía un poco, él se encargaba de escribir y dar solución a las situaciones, independiente del rol asignado.</p>	<p>de expresiones algebraicas, solución de problemas de perímetro, guía de aprendizaje digital, páginas web: interactivas de conceptos previos, calculadoras para verificar ejercicios propuestos en las actividades de refuerzo, problemas sobre perímetro, archivos Word) no se lograron eliminar las dificultades de aprender, como lo sugiere (Litwin, 2008). Se puede decir que no siempre la tecnología utilizada, resultó ser un tratamiento atractivo del concepto de adición de expresiones algebraicas y su estructura interna, ni promovió la expresión puntos de vista diferentes que permitieran solucionar las dificultades que presentaban. De alguna manera, al estar acostumbrados al método, es posible que requiera más tiempo, adaptarse a un método más autónomo y de resolución de problemas, como lo afirma (Escribano & Del Valle, 2015); (Hidalgo, & otros, 2004); (Godino, Batanero, & Font, 2003).</p>
<p>I.124. El contenido propuesto en la guía de aprendizaje, sobre adición de expresiones algebraicas, se consideró conceptualmente básico y se pretendió que los estudiantes durante la sesión, personalizaran el aprendizaje de acuerdo a sus necesidades y fueran más conscientes de cómo llegan a conocer lo que saben, para un aprendizaje con comprensión, utilizando sus propias palabras, justificaciones, dibujos, explicación de estrategias entre compañeros, diálogos dentro del grupo, entre otras habilidades, al llegar a las situaciones problematizadas.</p>	<p>Lo que significa que al seleccionar las situaciones problémicas y diseñar el ambiente en el cual se iban a solucionar, se pensó que se favoreciera la comprensión, además que se diera la automatización de ciertas habilidades necesarias para funcionar con más destreza y como etapa del conocimiento procedimental. Los estudiantes debían ser capaces de explorar, explicar, extender y evaluar por sí mismos su proceso, según lo sugerido por (Bransford, Brown & Cocking, 2007); (Díaz & Hernández, 2002). Además, si el contenido (Adición de expresiones algebraicas, con su estructura de anillo y cuerpo, y sus aplicaciones) es el foco de la experiencia de aprendizaje, a medida que los estudiantes adquirían experiencia, iban utilizando su aprendizaje en la solución de las situaciones problémicas, por lo que se procuró ofrecer una amplia base de información y experiencias, para que fueran conscientes de qué estrategias y materiales les funcionan mejor para aprender, según (Boettcher, 2007); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971).</p>
<p>I.125. Para valorar la comprensión de los estudiantes, respecto al concepto de adición de expresiones algebraicas, en la actividad No. 1, se propusieron situaciones problémicas de diferente</p>	<p>Lo que significa que pese a la dificultad de responder sobre las representaciones internas que puede llegar a crear un estudiante en su mente, lo que limitó el estudio de manera directa de la comprensión del objeto</p>

<p>nivel de dificultad; se solicitó a los estudiantes justificar la respuesta propuesta a cada problema, con los pasos que necesitaban para llegar a ella. Posteriormente se inferiría que si los estudiantes lograron utilizar de forma exitosa lo que requerían para resolver las situaciones propuestas, entonces habían logrado comprender el conocimiento conceptual de adición de E.A.</p>	<p>matemático, adición de E.A., en los estudiantes, como lo asegura (Gallardo, 2004), se hizo factible profundizar en aspectos observables mediante problemas, que permitían a los estudiantes responder, dar justificaciones y explicaciones de los procesos realizados. Lo anterior, se fundamentó en características de la comprensión de ser: Operativa, indirecta, epistemológica y fenomenológica, positiva, provisional, limitada y abierta y objetiva. Según lo descrito por (Gallardo, 2004); (Stone, 1999)</p>
<p>I.126. Los problemas propuestos en la actividad No. 1, se elaboraron desde dos concepciones: algunos pretendían que los estudiantes mostraran su habilidad en la realización de problemas propios del álgebra sobre de adición de expresiones algebraicas y su estructura interna. Otros buscaban evidenciar la aplicación de las fases del ABP por parte de los estudiantes en situaciones del contexto, y dado el tema tratado, fue posible proponer problemas relacionados con geometría (sobre área y perímetro) que pudieran ser modelados por los estudiantes.</p>	<p>Lo que significa que en los problemas propuestos se consideraron las dos concepciones del aprendizaje de las matemáticas: idealista y constructivista; que se relacionan con los conocimientos conceptuales y procedimentales del aprendizaje del contenido, en este caso adición de expresiones algebraicas y su estructura interna. Desde un punto de vista socioconstructivista, se buscó observar rasgos que caracterizan el aprendizaje de las matemáticas: modelización y resolución de problemas, razonamiento matemático, lenguaje y comunicación, naturaleza relacional, exactitud y aproximación. Además, se esperó que los problemas activaran el conocimiento matemático de los estudiantes y que en el desarrollo del ABP, se pudiera observar, por lo menos tres de sus cuatro fases: Problemática, investigativa-formativa y soluciónica. Lo anterior, según lo sugerido por (Godino, Batanero & Font, 2003); (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Díaz & Hernández, 2002);</p>
<p>I.127. Con los problemas propuestos, el apoyo del computador, de la docente, y el trabajo grupal, se buscó favorecer el desarrollo de la ZDP de cada estudiante, para que los problemas de adición de expresiones algebraicas, que pudiera hacer al inicio con ayuda de otros, posteriormente los lograra hacer por sí mismo. Mediante el ABP, se esperó obtener lo anterior, una vez que permitía desarrollar en los estudiantes habilidades de comunicación oral y escrita, su pensamiento crítico, y comparar los conocimientos previos que poseían con los que adquirirían en el proceso.</p>	<p>Lo que significa que la propuesta de enseñanza trató que el nivel desarrollo potencial de cada estudiante, definido por las funciones que los estudiantes aún tenían en proceso de maduración, respecto a la resolución de problemas de adición de EA, más adelante, con la ayuda de la docente y compañeros más capaces, lograra estar en el nivel real de desarrollo de aquellos. Por lo que se esperó que el ABP, contribuyera, a través del desarrollo de diferentes habilidades comunicativas, críticas, de independencia, que les permitiera, aceptar o rechazar lo aprendido y poder construir su propio conocimiento, lo cual se daría en las etapas del ABP, soluciónica y productiva. Lo anterior basado</p>

en (Vigotsky, 2009); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Boettcher, 2007).

4.2.1.3. Cierre sesión uno

Tabla 136. Análisis e interpretación del cierre de sesión uno en el ABP grado 801.

No.	Análisis	Interpretación
I.128.	Al final de la sesión uno, se recogió el portafolio en cada grupo, para revisar los registros tomados por los estudiantes, así como el desarrollo de las actividades de refuerzo propuestas y de la actividad No.1. Adición de expresiones algebraicas.	Lo que significa que el portafolio, del cual su uso se adecuó al nivel de los estudiantes, fue un instrumento de evaluación diagnóstica continua, para observar desempeños de comprensión desarrollados en los estudiantes, por medio de sus trabajos. Los que debían dar cuenta de su progreso y capacidades de aplicar lo que sabían en la resolución de problemas de adición de E.A., y serviría como un instrumento más de aprendizaje, al evaluar aspectos como la participación y contribuciones que tuvo el grupo. Según lo descrito por (Font, 2004); (Escribano & Del Valle (2015); (Stone, 1999)
I.129.	En esta primera parte de la unidad didáctica, se hizo una evaluación formativa y diagnóstica, con el fin de retroalimentar el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de los temas de adición y sustracción de E.A.; esto se hizo mediante comentarios de la docente, de los estudiantes, la presentación de las actividades por escrito. Con la participación de los estudiantes que estuvieron en el proceso, fue un factor importante la constante responsabilidad de ir avanzando hacia los desempeños de comprensión propuestos.	Lo que significa que se procuró diseñar un ambiente de aprendizaje centrado en el aprendiz, el conocimiento (Conceptual y procedimental) y la evaluación, con el fin de observar si lo evaluado era acorde con los objetivos de aprendizaje propuestos. Para lo cual en esta primera fase de la propuesta, se utilizó la evaluación formativa, haciendo una reflexión con los estudiantes, sobre lo aprendido en comparación con lo que sabían anteriormente, el desarrollo de sus habilidades interpersonales, la habilidad para resolver los problemas, entre otros aspectos, que pudieran percibir que habían logrado. Según (Bransford et al., 2007); (Stone, 1999); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.2 Sesión dos

4.2.2.1 Inicio sesión dos

Tabla 137. Análisis e interpretación del inicio de la sesión dos en el ABP del grado 801.

No.	Análisis	Interpretación
I.130.	Para iniciar la sesión dos, se conforman los mismos grupos que en la anterior, cada estudiante conserva el rol asignado inicialmente. Se recuerda el problema que motiva el estudio del tema. Se indica que los problemas que se trabajarán en esta sesión corresponden a las propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. Así mismo se recuerdan las reglas de clase.	Lo que significa que la segunda sesión dio continuidad a la anterior, aplicando el tipo de tarea de estudio, del método de ABP, que tenía en esta ocasión como objetivo la asimilación de las propiedades de la adición y la sustracción de E.A. La tarea debió ser discutida en los grupos de aprendizaje, buscando que se diera la activación de conocimientos previos y que se facilitara la adquisición de los nuevos, utilizando la explicación entre compañeros y aclaración de conceptos entre sí. Según (García & otros, 2008)
I.131.	La aplicación de la sesión dos, se hizo también en la sala de sistemas, y los grupos se organizaron alrededor de las mesas con los portátiles asignados, se les hizo entrega de la actividad No. 2, impresa, para la revisión previa de los problemas a desarrollar y en los portátiles se encontrarían con la carpeta de trabajo SESIÓN DOS, con la guía de aprendizaje digital, videos y documentos de apoyo para la consulta.	Lo que significa que en la planeación de la sesión fueron importantes las nociones del ambiente de aprendizaje, tales como: el entorno (elementos de infraestructura y materiales para la clase, se siguieron teniendo en cuenta), el ambiente (como espacio donde se llevó a cabo la actividad educativa) que fue de tipo aúlico con apoyo de TIC (guía de aprendizaje digital con páginas de internet sugeridas, videos que explicaban propiedades, sustracción de polinomios y aplicaciones, documentos Adicionales para consultar) y el clima de aula (se favoreció la armonía, confianza, respeto, seguridad y se incorporaron reglas para el buen desarrollo educativo). Como lo sugieren (Vité, 2012); (López, 2015); (García & otros, 2008; (Litwin, 1994).
I.132.	Los objetivos propuestos en la sesión dos, para lograr resolver problemas sobre propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, fueron de tipo conceptual, procedimental y actitudinal, tenían como finalidad establecer las metas de comprensión que se esperaban alcanzar, favorecer la comprensión de los conceptos y desarrollar habilidades para la resolución de problemas.	Lo que significa que los objetivos, guiaron el diseño de las situaciones problemáticas que se propondrían a los estudiantes. Se dieron a conocer a los estudiantes, para que fueran más conscientes del propósito y la responsabilidad que se requería que tuvieran. Su elaboración tuvo en cuenta los conocimientos conceptuales y procedimentales que se esperaba que alcanzaran los estudiantes, así como la perspectiva de ambientes de aprendizaje centrada en el conocimiento y componentes de la comprensión, como las metas y desempeños

	de comprensión. Lo anterior basado en lo sugerido por (García & otros, 2008); (Gallardo, 2004); (Bransford et al, 2007); (Stone, 1999); (Escribano & Del Valle, 2015); (Díaz & Hernández, 2002).
I.133.	<p>La docente investigadora continuó en la sesión dos, brindando apoyo a los estudiantes, guiándolos, generando un proceso de interacción que permitiera la mejora de procesos de construcción del conocimiento y competencias matemáticas sobre todo en la resolución de problemas de adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades. Además promover la autonomía e independencia de los estudiantes. Se propuso cuestiones como: ¿Cómo podrían abordar mejor los temas? ¿Qué tipo de dificultades podrían encontrar? ¿Qué tipo de apoyo podían necesitar los estudiantes para avanzar de manera más autónoma?</p> <p>Lo que significa que en el proceso de aprendizaje, la docente, como elemento del constructivismo, fue mediadora, guía y apoyo en la construcción del conocimiento y su significado en los estudiantes. De igual manera, debía garantizar la participación de todos los integrantes de los grupos y sentirse incluso parte de ellos. Por otra parte, debía permitir en lo posible la autonomía e independencia de los estudiantes. Según lo señalado por (Serrano & Pons, 2011); (Boettcher, 2007); (Moust, 2007); (Cubero, 2005); (González, 2012);</p>
I.134.	<p>La sesión dos, fue diseñada al igual que la anterior, de manera que se diera la interacción de los estudiantes, con el contenido, el conocimiento y el maestro; con el estudiante como centro de la experiencia de aprendizaje. El ambiente planeado fue simple, esperando favorecer y equilibrar los niveles de habilidad entre los estudiantes y los recursos puestos a su disposición.</p> <p>Lo que significa que al diseñar la sesión dos, se pensó en principios básicos del diseño de ambientes de aprendizaje; que permitieran la interacción entre los estudiantes, por lo que las actividades fueron grupales, para favorecer canales de comunicación, colaboración y compromiso; además se pensó en la cualidad de la educación como dirección, como lo describen (Boettcher, 2007); (Dewey, 1998).</p>
I.135.	<p>Los problemas propuestos en la sesión dos, estaban relacionados con los conocimientos conceptuales de propiedades de la adición de polinomios y sustracción de expresiones algebraicas.</p> <p>Lo que significa que El contenido, en esta sesión representó el problema central de la experiencia, y se pretendió que diera respuesta a la pregunta ¿cuál era la habilidad que se pretendía desarrollar en los estudiantes?. Además, constituyó un principio básico del diseño del ambiente de aprendizaje y un componente de la comprensión: los tópicos generativos. El contenido trató de las estructuras de anillo y cuerpo sobre la operación adición de polinomios, se estudiaron sus propiedades: asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro, existencia elemento simétrico. Además la sustracción de polinomios, definida como $P(x) + (-Q(x)) = P(x) - Q(x)$, donde $-Q(x)$ es el opuesto de $Q(x)$ y sus métodos</p>

análogos al de adición de expresiones algebraicas: vertical y horizontal. Según (Boettcher, 2007); (Serrano & Pons, 2011); (Boettcher, 2007); (Stone, 1999); (Ayres, 2003); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.2.2. Desarrollo de la sesión dos

Tabla 138. Análisis e interpretación del desarrollo de la sesión dos del ABP del grado 801.

No.	Análisis	Interpretación
I.136.	La actividad de aprendizaje No. 2, se entregó impresa al comienzo de la sesión, a los estudiantes, para que se diera paso a la fase problémica del ABP. Esta actividad tuvo como finalidad brindarles una experiencia, teniendo en cuenta su contexto, de modo que pudieran ampliar sus habilidades para resolver situaciones problémicas, así como sus conocimientos conceptuales y procedimentales relacionados con las propiedades de la adición de polinomios y sustracción de E.A.,	Lo que significa que al iniciar la fase problémica del ABP, se buscó que los estudiantes reconocieran los saberes que poseían (grado, términos semejantes, igualdad de polinomios, adición de polinomios) para resolver los problemas y los debían adquirir (propiedades de la adición de polinomios: asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro, existencia elemento simétrico; sustracción de polinomios, $a + (-b) = a - b$, donde $-b$ es el opuesto de b). Por otra parte, el diseño de la actividad de aprendizaje No. 2, tuvo en cuenta el contexto de los estudiantes y su influencia en la formación del conocimiento. Desde el constructivismo, la cognición situada sugiere, que el conocimiento se construiría a partir de la interacción entre los procesos internos del estudiante y la percepción que este tenía de la realidad. De acuerdo a lo tomado de (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Torrey, 1998); (Cubero, 2005); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971).
I.137.	El trabajo grupal, continuó buscando mediante la comunicación recíproca y voluntaria y el uso del lenguaje, el desarrollo de habilidades para resolver problemas sobre propiedades de adición y sustracción de polinomios, por ende la adquisición de estos conocimientos conceptuales. Lo anterior, se dio en una fase denominada investigativa – formativa dentro del ABP.	Lo que significa que el trabajo grupal, mediante la interacción de manera recíproca e intencional entre los estudiantes, debía permitir la construcción de significados y la adquisición de los conocimientos de propiedades de la adición y sustracción de polinomios y su estructura interna. Lo anterior, se ubicó además, en la fase investigativa-formativa del ABP, en la cual los estudiantes, consultaban información que requerían, para enfrentar las situaciones problémicas que les fueron propuestas. Según lo afirmado por (Serrano & Pons, 2011);

	(Cubero, 2005); (Falsetti, 2003); (Ayres, 2003).
I.138.	<p>Durante el desarrollo de la clase, se solicitó a los grupos registrar continuamente en hojas de trabajo, lo que iban requiriendo para la comprensión de los conceptos de propiedades de la adición y sustracción de polinomios, y que posteriormente utilizarían en la resolución de las situaciones problemáticas. Finalmente, se esperó que los estudiantes aprendieran a tomar buenos apuntes y archivarlos en su portafolio.</p> <p>Lo que significa que los estudiantes debieron acentuar el desarrollo de sus procesos de aprendizaje, apoyándose en el registro de información necesaria para la construcción de competencias, habilidades interpersonales y en las contribuciones al trabajo de grupo mediante la participación y el manejo de su portafolios. Según lo sugerido por (Serrano y Pons, 2011); (Escribano & Del Valle, 2015); (Moust, 2007); (Stone, 1999).</p>
I.139.	<p>Mientras los estudiantes consultaban la guía de aprendizaje No. 2, sobre propiedades de la adición de polinomios y sustracción de E.A., debían ir desarrollando actividades de refuerzo, para practicar lo que iban aprendiendo; éstas consistían en observar videos, hacer prácticas cortas, visitar páginas web sugeridas y hacer prácticas interactivas. Debían registrar su opinión o respuestas en hojas de trabajo, que serían almacenadas en el portafolio.</p> <p>Lo que significa que en el diseño de la clase y actividades, se involucró a los estudiantes para que practicasen la comprensión sobre las propiedades de la adición y sustracción de polinomios, que iban alcanzando. Lo anterior, permitía dirigir a los estudiantes hacia las metas de comprensión, aplicarla y desarrollarla a través de la práctica y del uso de recursos como videos, prácticas cortas, visitar páginas web sugeridas y hacer prácticas interactivas. Al final debían registrar su opinión o respuestas en hojas de trabajo, que serían almacenadas en el portafolio, como lo afirma (Stone, 1999); (Moust, 2007); (Ayres, 2003).</p>
I.140.	<p>Si bien los estudiantes trabajaron en grupo y tuvieron el apoyo de la docente durante la clase, cada estudiante debía construir su propio conocimiento, desarrollar habilidades para resolver problemas, pensamiento crítico y autoaprendizaje. Lo anterior, requería de disciplina por parte de los estudiantes, una postura activa en el aprendizaje, y disposición para aprender significativamente.</p> <p>Lo que significa que mediante el ABP, se pretendió desarrollar habilidades en los estudiantes para la comunicación, resolución de problemas, pensamiento crítico y autoaprendizaje. Al proponer la metodología, se consideró al estudiante capaz de estudiar por sí mismo y de tener una participación activa en su proceso de aprendizaje; no obstante, contrario a esta característica, la mayoría de estudiantes, requerían constante apoyo y explicación de la docente, por lo que no se observó en ellos total disciplina o seguridad por utilizar sus conocimientos previos y los adquiridos de manera autónoma, sino que requerían aprobación de la docente. Lo anterior se basó en (Pazmiño & Flórez, 2011); (Moust, 2007)</p>
I.141.	<p>El uso de TIC, buscó ser una propuesta para mejorar la enseñanza de los conceptos de adición y sustracción de E.A., a través de la resolución de</p> <p>Lo que significa que con la ayuda de las TIC (guía de aprendizaje digital sobre propiedades de la adición y sustracción de E.A., videos explicativos de propiedades de la adición,</p>

	<p>problemas. El ordenador se usó como herramienta para aprender con él, a través de videos, guía de aprendizaje, páginas de consulta, páginas interactivas. Aprovechando su capacidad para ampliar la información, procesarla, representarla, transmitirla y compartirla. Sin embargo, constantemente, los estudiantes solicitaban explicación y apoyo de la docente, es decir que del todo no lograban alcanzar una relación activa con la información a la que tenían alcance, ni se observó progreso en su autonomía. Además, en algunas ocasiones, no podían acceder de forma satisfactoria a los recursos que se les ofrecía.</p>	<p>sustracción de polinomios, ejercicios de aplicación de resta de polinomios, páginas interactivas con calculadoras para verificar resultados, problemas interactivos de propiedades y de perímetro), se esperó hacer una propuesta que atendiera las necesidades de la enseñanza de operaciones básicas de polinomios, en grado octavo, específicamente la adición y sustracción y crear puentes entre los conocimientos conceptuales, procedimentales y la comprensión de los estudiantes. Lo anterior, aprovechando el alcance del computador, para compartir información y el impacto de la tecnología en la sociedad actual. Según (Litwin, 1994); (Capllonch, 2005); (Coll & Monereo, 2008); (Díaz & Hernández, 2002). No obstante, contrario a lo sugerido en (Coll, Mauri, y Onrubia, 2008), el acceso a los contenidos y materiales ofrecidos en el ordenador, no siempre favoreció la autonomía, la toma de conciencia y la autorregulación en los estudiantes.</p>
I.142.	<p>La actividad No. 2 y la guía de aprendizaje buscaron ser un puente entre los estudiantes y su interés por resolver problemas relacionadas con los conceptos de adición y sustracción de E.A. Una vez que el estudiante, fue el centro del proceso, con las herramientas proporcionadas se ofreció una experiencia que favoreciera la interacción entre docente y estudiante, estudiante y estudiante, y entre grupos.</p>	<p>Lo que significa que siendo el estudiante un elemento central en el proceso de aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de rasgos característicos del mismo, como lo son: el razonamiento matemático, la modelación y resolución de problemas, fue importante que se dieran otros elementos que lo favorecieran tales como: la mediación, discusión, interacción, el dialogo de cómo y por qué llegaban a conocer lo que conocían, según lo sugerido por (González, 2012); (Falsetti, 2003); (Boettcher, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003).</p>
I.143.	<p>La resolución de problemas propuestos en las actividades, pretendían acortar la distancia que existía entre la zona potencial de los estudiantes y su zona real, es decir, su zona de desarrollo próximo, al resolver problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades. Lo anterior, podía darse con la ayuda de compañeros más capaces al inicio de la sesión y posteriormente lograran hacerlo individualmente.</p>	<p>Lo que significa que los problemas propuestos en las actividades, pretendían ayudar a que los estudiantes alcanzaran el aprendizaje esperado. Resolviéndolos inicialmente con ayuda de otros compañeros y finalmente, consiguiéndolo hacer por sí mismos, teniendo en cuenta las zonas de desarrollo próximo, potencial y real, descritas por (Vigotsky, 2009); (Boettcher, 2007).</p>
I.144.	<p>Las situaciones problemáticas propuestas en las actividades, fueron sobre los</p>	<p>Lo que significa que como la comprensión y representaciones internas de las propiedades</p>

	<p>temas tratados en la sesión dos, propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas. Se procuró que algunas fueran sencillas y otras de dificultad media, y se esperó que los estudiantes en su solución, aplicaran las fases del ABP resumidas en: Problémica, investigativa – formativa, soluciónica y productiva, esperando que no respondieran por casualidad, sin que realmente no comprendieran lo que se les proponía.</p>
<p>I.145. El objeto matemático estudiado en las actividades de aprendizaje 1 y 2, fue el de adición y sustracción de polinomios, cuya estructura algebraica es la de anillo, que se caracteriza por estar conformado por un conjunto no vacío, en este caso, el conjunto de los \mathbb{Z}, y dos operaciones internas, llamadas suma y producto, que cumplen con ciertas propiedades.</p>	<p>de la adición y la sustracción de E.A., en los estudiantes, resultaban difíciles de evaluar, se debió enfocar su valoración en demostraciones externas, como lo podían ser las fases del ABP, resumidas en: problémica, investigativa-formativa, soluciónica y productiva. Además de lo anterior, se tuvieron en cuenta las características de la comprensión, de ser: operativa, indirecta, epistemológica y fenomenológica, positiva, provisional, limitada y abierta y objetiva. Según lo indicado por (Gallardo, 2004); (Equipo pedagogía UTP, 2014).</p> <p>Lo que significa que la sesión de clase se basó en las definiciones y estructuras algebraicas de anillo y cuerpo sobre la operación adición de polinomios, sus propiedades: asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro, existencia elemento simétrico. Además, el concepto de igualdad de polinomios y la sustracción de polinomios, definida como $P(x) + (-Q(x)) = P(x) - Q(x)$, donde $-Q(x)$ es el opuesto de $Q(x)$ y sus métodos análogos al de adición de expresiones algebraicas: vertical y horizontal. Se consideraron necesarias para diseñar las actividades de aprendizaje 1 y 2, teniendo en cuenta que en su estructura interna, se fundamentan unos conceptos dentro de otros y se requiere una secuencia temporal en su aprendizaje. Según lo indicado (Ayres, 2003); (Lewin, SF); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Herstein, 1980); (Godino, Batanero, & Font, 2003).</p>
<p>I.146. La experiencia y la comprensión de los conceptos y propiedades, fueron aspectos que utilizaron los estudiantes, para a partir de la realidad, dar un paso anterior a la formalización y su interpretación. De este modo, la construcción del conocimiento se debía dar de la mano con la actividad de resolver problemas. Además, mediante la continua reconstrucción de la experiencia, se permitiría un desarrollo tanto personal como grupal de la comprensión.</p>	<p>Lo que significa que al ser la experiencia y la comprensión fases anteriores a la formalización y abstracción del conocimiento matemático, la resolución de problemas y las tareas particulares sobre propiedades de la adición y sustracción de expresiones algebraicas, constituyeron actividades concretas que van ligadas a su construcción. Lo anterior, tuvo en cuenta la capacidad para desarrollarse, adaptarse y aprender de la experiencia que traen consigo los jóvenes, desde el punto de vista educativo. Lo anterior, según lo señalado por (Ayres, 2003); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Dewey, 1998); (Cadrecha, 1990).</p>

I.147.	Al diseñar las Sesiones de clase, se pensó el aprendizaje de la adición y sustracción de E.A., principalmente desde una concepción, constructivista, en la que se dio importancia a mostrar a los estudiantes, la utilidad de los contenidos conceptuales propuestos; sus aplicaciones tanto externas como internas en la matemática, buscando que descubrieran por sí mismos generalizaciones y abstracciones esenciales para comprender otros problemas de la vida.	Lo que significa que se consideró para desarrollar la estructura interna de la adición y sustracción de E.A., dar énfasis en la naturaleza relacional de esta con sus aplicaciones. Así, al mostrarles a los estudiantes su utilidad, podrían llegar por sí mismos a descubrir generalizaciones y abstracciones de los conceptos estudiados, es decir, a un razonamiento matemático, que les permitiría comprender otros problemas de su entorno. Según (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Ayes, 2003).
--------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.2.3. Cierre de la sesión dos

Tabla 139. Análisis e interpretación del cierre de la sesión dos en el ABP del grado 801.

No.	Análisis	Interpretación
I.148.	Finalizada la sesión dos, se recogió el portafolio de cada grupo, que debía contener la actividad No. 2, sus apuntes y actividades de refuerzo de la clase sobre propiedades de la adición de polinomios y sustracción de expresiones algebraicas, para ser revisadas y observar el desarrollo que hicieron de estas. Se dio un tiempo antes de recoger el portafolio, en el cual los estudiantes de cada grupo podían interactuar, compartir, socializar, con otros grupos, si así lo requerían.	Lo que significa que al finalizar la sesión se buscó observar procesos intrapsicológicos de los estudiantes a través de los logros que obtuvieron al resolver las actividades propuestas, sobre propiedades de la adición y sustracción de E.A. (Baquero, 1997). Desde el ABP, se interpretó como las fases soluciona y productiva, pues se recogió el portafolio, con el producto final del desempeño a lo largo de las Sesiones y ellos podían socializar sus inquietudes, experiencias y resultados con el resto del grupo. Además, lo anterior sirvió para revisar los desempeños de comprensión alcanzados por los estudiantes, como lo describe (Stone, 1999) y para que la docente pudiera mejorar su propuesta de enseñanza. En cuanto a la comprensión, en la revisión de las actividades desarrolladas por los estudiantes, se procuró evidenciar las características de la comprensión: Modelación y resolución de problemas, positiva y razonamiento matemático, principalmente, según (Gallardo, 2004).
I.149.	Al terminar las Sesiones, se dio la etapa evaluativa, en la cual el portafolio, sirvió como instrumento de evaluación para revisar los progresos y logros de los estudiantes en la comprensión de las propiedades de la adición y sustracción de E.A.,. Luego se aplicaron evaluaciones formativas como:	Lo que significa que la evaluación formativa como componente del proceso de enseñanza, se aplicó utilizando instrumentos como: el portafolio, autoevaluación, coevaluación y evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en sus diferentes aspectos. Estas ofrecieron la oportunidad de retroalimentar y revisar si lo evaluado estuvo de acuerdo con

<p>autoevaluación, coevaluación y la evaluación a la docente y ambiente de aprendizaje, como instrumentos de aprendizaje y retroalimentación de la experiencia educativa.</p>	<p>los objetivos de enseñanza y metas de comprensión planteados y a partir de los resultados, poder mejorar la unidad didáctica sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas propuesta. Lo anterior basado en (Escribano & Del Valle, 2015); (Stone, 1999); (Bransford et al., 2007)</p>
<p>I.150. Después de la evaluación formativa, se aplicó el postest, el cual tuvo como fin, observar la comprensión de los estudiantes desde un punto de vista positivo, es decir a partir de las acciones que desarrollaban en su intento por resolver los problemas referentes a la adición y sustracción de expresiones algebraicas. Se buscó reconocer qué capacidades alcanzó cada estudiante al final del proceso, con la ayuda del trabajo grupal, el ABP y el uso del computador (videos, páginas web, guía de aprendizaje, documentos de consulta).</p>	<p>Lo que significa que el postest constituyó una herramienta que permitió analizar el nivel real de desarrollo que alcanzó cada estudiante al final de la aplicación de la unidad didáctica de adición y sustracción de expresiones algebraicas. Además, permitía determinar si se alcanzaron los conocimientos conceptuales y procedimentales, así como los desempeños de comprensión, luego del desarrollo de sus tres categorías: etapa de exploración, investigación guiada, proyecto final de síntesis, en la cual los estudiantes demostraban el dominio adquirido de las metas de comprensión establecidas. Finalmente, el postest permitió estudiar de manera indirecta la comprensión de los estudiantes, a través de sus manifestaciones externas en la solución de los problemas, dada su dificultad de estudiarla de manera directa; así mismo, se hizo la observación desde el punto de vista positivo de la comprensión es decir, de lo que hacían para resolver los problemas. Lo anterior, según lo afirmado por (Vigotsky, 2009); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Díaz & Hernández, 2002)</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3 Evaluación del ABP

4.2.3.1 Autoevaluación

Seguidamente se dan las tablas en las que se analiza e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la autoevaluación del ABP en el grado 801.

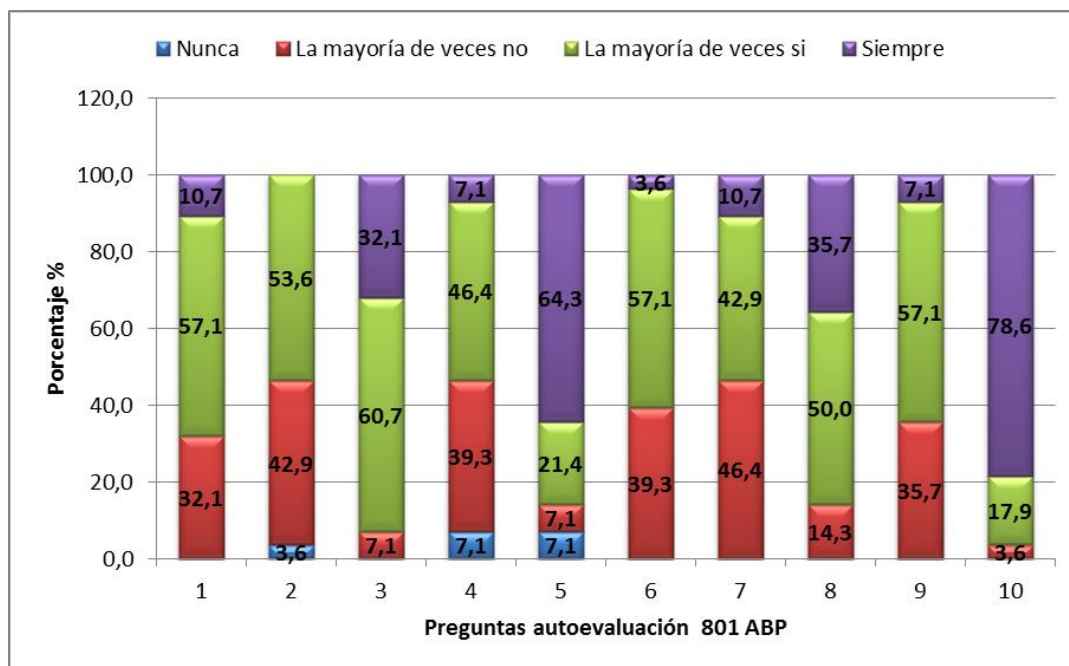


Figura 16. Resultados de la autoevaluación del ABP de los estudiantes de los estudiantes del grado 801.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 140. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 1: Expreso mis ideas acerca de cómo sumar dos polinomios a los integrantes del grupo cuando realizamos las actividades propuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.151.	El 10,7% de los estudiantes manifestaron poder expresar sus ideas siempre. Otro 57,1% que la mayoría de veces lo pudo hacer.	Lo que significa que según el constructivismo social, el uso del lenguaje, como sistema de signos, permitió transformar las acciones y pensamientos de los estudiantes a partir de su práctica social con otros compañeros. Toda vez que, mediante el lenguaje podían: describir, argumentar, exponer y comunicar sus estados mentales a los otros, con el fin de activar el conocimiento previo y facilitar la adquisición de los nuevos. Lo anterior, se podría dar gracias a los procesos interpsicológicos de los estudiantes, que están mediados por la comunicación efectiva entre dos o más personas. Según lo afirmado por (Cubero, 2015); (Baquero, 1997); (García, & otros, 2008); (Moust, 2007); (Falsetti, 2003).
I.152.	El 32,1% respondió que la mayoría de veces no pudo expresar sus ideas al grupo.	Lo que significa que en los casos que manifestaron no haber podido expresar sus ideas al grupo en la mayoría de veces, podría deberse a la falta de comprensión, evidenciada

al no mostrar capacidad de explicar y justificar métodos para solucionar las actividades a sus compañeros, según (Stone, 1999). Por otro lado, contrario a lo indicado por (Litwin, 2008), el uso del computador, no siempre favoreció aspectos como la comunicación en el trabajo de equipo, al no poderse reconocer los diferentes puntos de vista de sus integrantes.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 141. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 2: Comprendo cómo utilizar la suma y resta de expresiones algebraicas en problemas sobre perímetro.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.153.	El 53,6% de los estudiantes consideraron que la mayoría de veces comprendió y utilizó los conceptos.	Lo que significa que poco más de la mitad de los estudiantes, consideró en sus procesos intrapsicológicos, que logró interiorizar y reconstruir internamente, la mayoría de veces, el conocimiento esperado, lo que permitió que resolvieran problemas sobre perímetro. Lo anterior, se podía evidenciar en su capacidad de explicar, justificar, interpretar, analizar, comparar y proponer métodos para resolver los problemas. La construcción del conocimiento conceptual y procedimental de adición y sustracción de E.A, su estructura interna y aplicaciones, estaría unida a las habilidades activadas por la resolución de problemas particulares; para que a partir de la experiencia y la comprensión de los conceptos y propiedades, los estudiantes pudieran formalizarlos. Como lo señalan (Baquero, 1997); (Stone, 1999); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Bransford, 2007); (Díaz & Hernández, 2002); (Ayres, 2002).
I.154.	El 42,9% manifestó que la mayoría de veces no comprendían los conceptos y no los lograban utilizar, el 3,6%, consideró que nunca lo logró.	Lo que significa que para casi la mitad de los estudiantes, la actividad de resolver problemas, no motivó a interiorizar los conocimientos conceptuales y procedimentales sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y su estructura interna, esperados, en contra de lo afirmado por (Falsetti., 2003). No obstante, las dificultades y errores en el proceso, debieron servir también para aprender. Lo expresado por los estudiantes en este punto, puede deberse a que se

encontraban fuera de su ZDP¹³, y perdieron la relación de los conceptos con la actividad de resolver problemas. Según (Godino, Batanero & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002); (Ayes, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 142. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, de la pregunta No. 3: Participo activamente con el rol asignado en la realización de las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.155.	El 32,1% de los estudiantes consideró que siempre lo hizo. El 60,7% que la mayoría de veces lo hizo y sólo el 7,1% manifestó que la mayoría de veces no participó activamente con su rol.	Lo que significa que al ser el estudiante el centro del constructivismo y de la experiencia de aprendizaje, se requería que los estudiantes asumieran su responsabilidad y fueran sujetos activos para que pudieran ir modificando sus conocimientos. A través del ABP, se buscó desarrollar en ellos, además de otras, habilidades de juicio, de administración de tiempo y de autoaprendizaje, a partir de una postura activa en su aprendizaje y de disciplina. Lo anterior, ligado al desarrollo de condiciones que fueran favorables al aprendizaje, tales como las pautas de comportamiento, las relaciones e interacciones que se dieron entre los estudiantes y los roles establecidos. Como lo aseguran (Serrano & Pons, 2011); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Moust, 2007); (López, 2015).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 143. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 4: Discuto con argumentos con mi grupo donde exhibo la mejor forma de resolver un problema con suma y resta de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.156.	El 7,1% de los estudiantes expresaron que siempre discutieron con argumentos, el 46,4 % que casi siempre lo hicieron.	Lo que significa que el lenguaje y el consenso en el aula, conformaron la socialización de los estudiantes. La manera en que negociaban significados, estuvo mediada por la argumentación, exposición, descripción y el diálogo. Por otra parte, el tipo de tarea de estudio, propuesta a los estudiantes, requería que los estudiantes discutieran en grupos de aprendizaje la resolución de los problemas, se

¹³ ZDP: iniciales de zona de desarrollo próximo.

	explicaran unos a otros, discutieran, comunicaran y aclararan conceptos entre sí. Dentro del ABP, se puede relacionar este aspecto con la etapa soluciónica del mismo. Lo anterior, según lo señalado por (Cubero, 2005); (Moust, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Equipo pedagogía UTP, 2014).
I.157. El 39,3% manifestaron que la mayoría de veces no discuten con argumentos con sus compañeros y un 7,1% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que el clima de aula y las relaciones que se dieron en clase, dificultaron el desarrollo de algunos los integrantes dentro de la clase, y no favorecieron la comunicación relacional esperada entre los alumnos, ni el equilibrio entre sus interacciones y canales de comunicación. Según lo afirmado por (López, 2015); (Boettcher, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 144. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 5: Uso el computador como ayuda para comprender mejor los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, al observar otras formas de explicar los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.158.	El 64,3% de los estudiantes dicen que siempre lo usaron para este fin, el 21,4% que la mayoría de veces lo hicieron. Sólo un 7.1% considero que la mayoría de veces no y otro 7.1% que nunca lo hicieron.	Lo que significa que con el uso de TIC (videos explicativos de adición, sustracción de polinomios y aplicaciones, guía de aprendizaje con teoría, ejemplos y actividades de refuerzo, páginas web, con calculadoras, explicaciones, ejercicios interactivos de perímetro, adición de polinomios y propiedades de la adición) se procuró hacer una propuesta de enseñanza, cuya metodología permitirá la comprensión y desarrollo de habilidades para resolver problemas sobre adición y sustracción de E.A., en los estudiantes; es decir el computador se consideró instrumento para aprender, conocer y representar información, que aunque puede ser similar a la dada en un aula de clase, permiten ampliar la capacidad humana para representar, procesar y compartir grandes cantidades de información. Además, el uso computador apoyó la fase investigativa – formativa del ABP, pues esta requería acceder por diferentes medios a la información necesaria para enfrentar las situaciones problemáticas, buscando favorecer la autonomía y el protagonismo de los estudiantes. Como lo indican (Equipo pedagogía UTP, 2014); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Coll & Monereo, 2008); (Coll, Mauri, y Onrubia,

2008). En los casos que los estudiantes manifestaron no dar uso a la tecnología, no se dieron las condiciones anteriormente descritas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 145. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 6: Resuelvo problemas relacionados con perímetro y suma de áreas, utilizando la suma y resta de expresiones algebraicas y sus propiedades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.159.	El 3,6% consideró que siempre pudo resolverlos, el 57,1 % que la mayoría de veces lo lograba	Lo que significa que al desarrollar conocimientos conceptuales y procedimentales sobre adición y sustracción de E.A., se esperó que los estudiantes dieran sentido a su aprendizaje y a la relación de sus saberes con las nuevas experiencias; una vez que los estudiantes no fueron sólo receptores, sino individuos que seleccionaron e interpretaron la información para darle significado a los problemas, los cuales eran accesibles para ellos y estaban relacionados con los conceptos de adición y sustracción de E.A. El lograr resolver los problemas propuestos, se relacionó con la fase soluciónica del ABP, en la que los estudiantes hacían propuestas de posibles soluciones, a los problemas que requerían solucionar. Lo anterior, se relacionó con desempeños de comprensión, los cuales debían responder a la pregunta ¿Qué podían hacer los estudiantes para desarrollar y demostrar su comprensión?, teniendo en cuenta además, que las dificultades y errores en el proceso, también generaban aprendizaje. Según lo señalado por (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (Moust, 2007); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Falsetti, 2003); (Godino, Batanero, & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002).
I.160.	El 39,3% manifestó que la mayoría de veces no lograban resolver problemas respecto a los temas tratados.	Lo que significa que es posible que los estudiantes que contestaron de forma desfavorable, no llegaron a su zona real de desarrollo con las sesiones realizadas, estaban fuera de su ZDP, por lo que no adquirieron la capacidad de resolver los problemas propuestos sobre adición y sustracción de E.A. y sus aplicaciones, por sí mismos, ni lograron construir conocimiento mediante aquellos, a pesar de que su construcción se hizo de manera que les resultara familiar, es decir,

dentro de un contexto identificable para ellos y en lenguaje sencillo, con figuras geométricas como rectángulos, cuadrados, triángulos, hallar longitudes desconocidas, sumar áreas de figuras compuestas en cuadrados y rectángulos. Una manifestación externa de la falta de comprensión, fue la falta de razonamiento matemático, exactitud y evidenciar que no podían utilizar de manera exitosa los conceptos estudiados en la solución de situaciones problemáticas. Lo anterior, según (Vigotsky, 2009); (Font, 2004); (García & otros, 2008); (Gallardo, 2004); (Boettcher, 2007); (Godino, Batanero, & Font, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 146. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 7: Comprendo la manera de sumar y restar expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.161.	El 10,7% de los estudiantes expresó que siempre comprendieron, el 42,9 % que la mayoría de veces si comprendió.	Lo que significa que poco más de la mitad de los estudiantes, consideró haber logrado interiorizar la forma de sumar y restar E.A. Lo que puede relacionarse con la fase productiva del ABP, pues para poder dar solución a los problemas se requería haber construido conocimiento conceptual y procedimental, los estudiantes debían estar en capacidad de decir, qué conocimientos ya tenían (grado, términos semejantes, polinomio, monomio, igualdad de polinomios, expresiones algebraicas) y cuáles lograron construir (estructura de anillo y cuerpo con respecto a la operación de adición, propiedades asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro y simétrico, métodos de adición y sustracción: vertical y horizontal). Por otra parte, el aprendizaje de las matemáticas, se consideró a la vez, inseparable de la actividad de resolver problemas y tareas particulares, o sea, que la experiencia y comprensión de los conceptos y propiedades, debían ser anteriores a la interpretación y su formalización y abstracción (razonamiento matemático). Según lo mencionado por (Baquero, 1997); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Díaz & Hernández, 2002); (Ayes, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez et al., 2013).

<p>I.162. El 46,4% confirmó que la mayoría de veces no logró comprender.</p>	<p>Lo que significa que desde una concepción idealista, si los estudiantes no adquirían las estructuras internas fundamentales de la adición y sustracción de E.A., sería más difícil que aplicaran estos conceptos en la solución de situaciones problemáticas. Además, resultaba relevante, reconocer que los estudiantes desarrollaban su experiencia en cada nivel del contenido y el aprendizaje lo individualizaban, según sus necesidades y prioridades. Según lo afirmado por (Godino, Batanero & Font, 2003); (Boettcher, 2007); (Ayres, 2003).</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 147. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 8: Trabajar en equipo para resolver problemas, me permite resolverlas en menor tiempo y me resulta más sencillo.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.163.</p>	<p>El 35,7% de los estudiantes declararon que siempre lo consiguieron, el 50% que la mayoría de las veces fue así. Sólo un 14,3% manifestó que no trabajó en equipo la mayoría de veces.</p>	<p>Lo que significa que desde el constructivismo social, los estudiantes construían significados primero a un nivel intermental, para luego lograrlo a nivel intrapsicológico. Lo que concuerda con que la naturaleza de los procesos psicológicos de los estudiantes, fue esencialmente social, para luego construir lo individual. Además, el trabajo en equipo debía permitir que la mayoría de estudiantes, con la ayuda de otros, lograran pasar de su zona potencial a su zona real de desarrollo. Lo anterior, mediante la tarea de estudio, que fue la aplicada para el ambiente ABP, la cual debía discutirse en grupos de aprendizaje, para la activación de los saberes previos, se requería hacer énfasis en la discusión y la explicación de unos a otros para aclarar conceptos entre ellos. Lo anterior según lo afirmado por (Serrano & Pons, 2011);(Cubero, 2005); (Vigotsky, 2009); (García & otros, 2008); (Falsetti, 2003). Unos pocos casos no encontraron en el trabajo en equipo un apoyo para resolver problemas en menor tiempo y no les resultó más sencillo.</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 148. Análisis e interpretación , en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 9: Tengo conocimiento de los pasos que debo aplicar para resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
-----	----------	------------------

<p>I.164. El 7,1% de los estudiantes aseguraron siempre tenerlos, el 57,1% que la mayoría de veces si los tuvieron. El 35,7% señaló que la mayoría de veces no les resultó claro.</p>	<p>Lo que significa que la participación activa del estudiante, debía evidenciarse en su interés por los problemas propuestos sobre los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas. Al momento de enfrentar los problemas se debían observar diferentes procesos, los cuales se resumían en cuatro fases: problémica, investigativa-formativa, soluciónica y productiva. En los casos que consideran que no se dio el conocimiento de los pasos para resolver problemas, pudo estar vinculado a la falta de motivación o necesidad de los estudiantes por dar solución a las cuestiones propuestas o estas no promovían un entendimiento claro y profundo de las situaciones tratadas. Según lo afirmado por (Moust, 2007); (Escribano & Del Valle, 2015).</p>
Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.	

Tabla 149. Análisis e interpretación, en la autoevaluación del ABP, pregunta No. 10: Valoro los aportes de mis compañeros sobre adición y sustracción de polinomios y comparto los míos.

No.	Análisis	Interpretaciones
<p>I.165.</p>	<p>El 78,6% de los estudiantes indicó que siempre lo hizo, el 17,9% que casi siempre lo hizo. Sólo un 3,6% manifestó que no valoraba los aportes de sus compañeros la mayoría de veces.</p>	<p>Lo que significa que la mayoría de estudiantes, reconoció que podía construir conocimiento tanto conceptual como procedimental, a partir de la interacción intencional y la negociación de significados con sus compañeros, utilizando como medio principal el lenguaje, tanto para relacionarse con los demás como consigo mismos. De modo que, las situaciones debían discutirse en grupo de trabajo, para explicar los unos a los otros y aclarar conceptos entre sí. Según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (García & otros, 2008); (Falsetti, 2003); (Dewey, 1998); (López, 2015); (Díaz & Hernández, 2002). En el caso que manifestó no valorar los aportes de sus compañeros, es probable que no se favoreciera su ZDP a falta de madurar sus funciones con ayuda de otros. (Vigotsky, 2009).</p>

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3.2. Coevaluación

En el siguiente apartado se muestran las tablas en las cuales se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas pertenecientes a la coevaluación del ABP del grado 801.

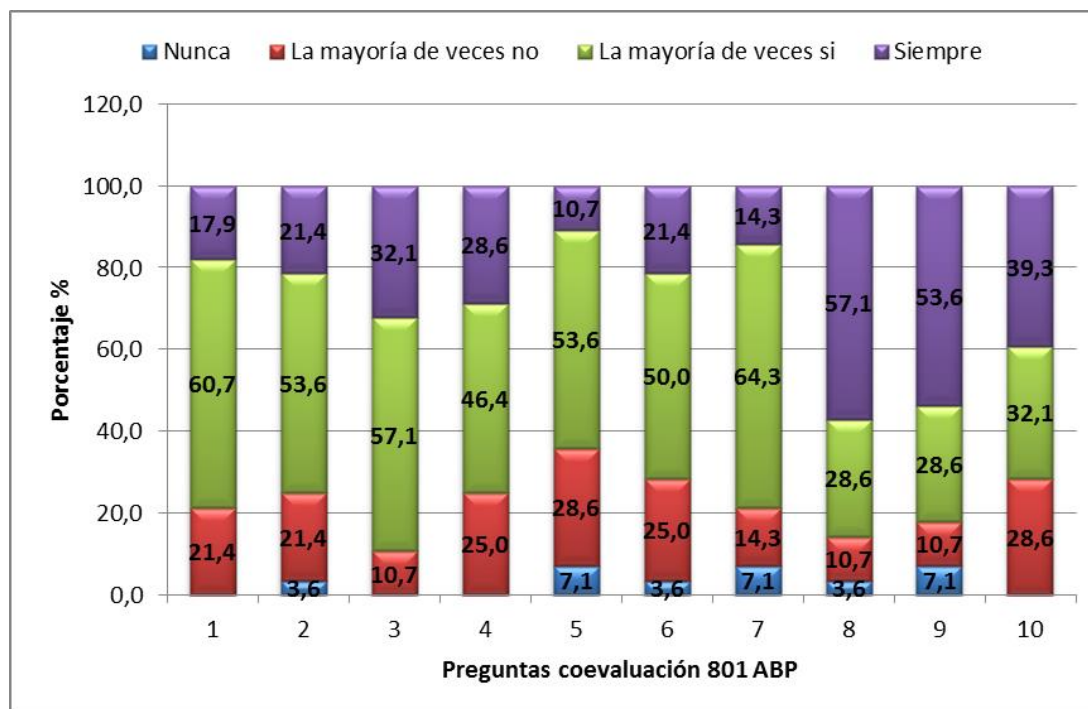


Figura 17. Resultados de la coevaluación del ABP de los estudiantes de grado 801.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 150. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 1: Busca y sugiere soluciones a los problemas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.166.	El 17,9% de los estudiantes contestaron que sus compañeros siempre buscaron solución, entre tanto 60,7% de ellos, que la mayoría de veces si lo hacían.	Lo que significa que la mayoría de los estudiantes opinaron que su compañero fue sujeto activo en la construcción del conocimiento, lo que podían observar cuando compartía y explicaba lo que había aprendido al grupo, utilizando su lenguaje para comunicar a los otros sus estados mentales y transmitir información. Para lo anterior, los problemas propuestos debían estar relacionados con la realidad y llamar la atención de sus compañeros y así lograran darles solución. Como lo señalan (Serrano & Pons, 2011); (Moust, 2007); (Cubero, 2005); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Escribano & Del Valle, 2015); (Dewey, 1998).
I.167.	El 21,4% afirma que sus compañeros la mayoría de veces lo hacían	Lo que significa que algunos estudiantes no evidenciaron en su compañero, participación y contribuciones significativas al proceso de grupo, ni habilidades interpersonales, la mayoría de las veces. Lo que pudo deberse a falta de comprensión, o no lograban emplear

su conocimiento de manera espontánea en las situaciones que lo requerían. Como lo sugieren (Escribano & Del Valle, 2015); (Gallardo, 2004).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 151. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 2: Muestra comprender los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas al resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.168.	El 21,4% consideró que su compañero(a) siempre mostró comprensión al resolver las actividades. El 53,6% que la mayoría de veces sí lo hizo	Lo que significa que los estudiantes pudieron observar comprensión en su compañero, en la fase del ABP denominada soluciónica, en la cual debía proponer soluciones posibles a los problemas, luego de haber construido conocimiento conceptual sobre adición y sustracción de E.A., para resolverlos. Además, un estudiante podía reconocer en otro comprensión a través de su desempeño, es decir, si podía actuar con flexibilidad a partir de lo que sabía y mostrar capacidad para explicar, justificar, vincular y aplicar métodos no solo rutinarios. (Equipo Pedagogía UTP, 2004); (Stone, 1999); (Díaz & Hernández, 2002).
I.169.	El 21,4% consideró que su compañero(a) la mayoría de veces no mostró comprensión al resolver las actividades. El 3,6% que nunca lo hizo	Lo que significa que los estudiantes no evidenciaron en su compañero, comprensión de los conceptos de adición y sustracción de E.A. y propiedades de la adición de polinomios, al observar que no interpretaba ni utilizaba la formalización de estos en la resolución de problemas y tareas particulares. Como lo sugiere (Godino, Batanero & Font, 2003); (Ayres, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 152. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 3: Acepta críticas y sugerencias sobre cómo resolver problemas con adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.170.	El 32,1% de los estudiantes afirmó que siempre su compañero las aceptaba. Un 57,1% que la mayoría de veces sí lo hizo. Solo un 10,7% afirmó que su compañero la mayoría de veces no aceptó críticas.	Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideran que su compañero aceptó críticas y sugerencias. Lo que desde el constructivismo social, debía favorecer la construcción del conocimiento al darse interacción con los otros, y ésta daría lugar a procesos interpsicológicos de apropiación en el

estudiante, como lo son las estrategias de resolución de problemas sobre adición y sustracción de E.A. Según lo afirmado por (Torbay, 1998); (Cubero, 2005); (Baquero, 1997); (López, 2015). Pocos estudiantes, consideraron que su compañero no permitió comunicar diferentes puntos de vista, por lo que no evidenció aceptar críticas y sugerencias, lo que podía evitar que se diera sentido a la experiencia de aprendizaje. Según (Dewey, 1998).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 153. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 4: Argumenta la posible solución de problemas relacionados con perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.171.	El 28,6% de los estudiantes expresó que su compañero siempre argumenta. El 46,4% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que la mayor parte de los estudiantes, consideró que su compañero desarrolló habilidades de comunicación en la resolución de problemas sobre área de figuras compuestas y perímetro relacionados con adición y sustracción de expresiones algebraicas, los cuales debían estar planteados en lenguaje sencillo, es decir con figuras geométricas como rectángulos, cuadrados, triángulos, hallar longitudes desconocidas, sumar áreas de figuras compuestas, de manera que pudiera dar una explicación, discutirlo y proponer sus soluciones tentativas. Lo anterior, permitía que se negociaran significados, y la argumentación representó una forma dialógica de lograrlo. Como lo afirman (Font, 2004); (García & otros, 2008); (Pazmiño & Flórez, 2011); (Cubero, 2005); (Godino, Batanero, & Font, 2003).
I.172.	El 25% consideró que su compañero la mayoría de veces no argumentaba.	Lo que significa que la cuarta parte del grupo opinó que la mayoría de veces, su compañero no argumentaba la posible solución de los problemas sobre perímetro y área usando adición y sustracción de expresiones algebraicas, lo que pudo deberse a la falta de comprensión, reflejada en no tener la capacidad para explicar, justificar y extrapolar. De acuerdo a lo sugerido por (Stone, 1999);

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 154. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 5: Propone utilizar propiedades de la adición para resolver algunas situaciones problemáticas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.173.	El 10,7% de los estudiantes manifestó que su compañero siempre propuso utilizarlas. El 53,6% la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que los estudiantes consideraron que su compañero utilizó el conocimiento conceptual adquirido de las propiedades de la adición de E.A, para resolver las situaciones problemáticas propuestas, e intentaba establecer relaciones significativas entre el conocimiento y habilidades previas (definiciones de grado, términos semejantes, polinomio, monomio, expresiones algebraicas, polinomio opuesto), con las alcanzadas después de las sesiones de clase (adición y sustracción de expresiones algebraicas por métodos vertical y horizontal, propiedades del anillo: conmutativa, asociativa, elemento neutro y elemento simétrico). Lo anterior, se ubica en la fase soluciona del ABP. Según (Moust, 2007); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Ayres, 2003); (Díaz & Hernández, 2002)
I.174.	El 28,6% manifestó que su compañero la mayoría de veces no propuso utilizarlas. Sólo un 7,1% consideró que nunca lo hizo.	Lo que significa que cerca de la tercera parte de los estudiantes, no observó en su compañero acciones para intentar aplicar las propiedades de la adición de E.A., en la solución de situaciones problemáticas, lo que podía indicar que carecía del conocimiento matemático de las mismas y por ende de su comprensión. Desde una concepción idealista del aprendizaje de las matemáticas, el estudiante sin un buen fundamento matemático, no podría haber aplicado las propiedades de la adición para resolver los problemas propuestos. (Gallardo, 2004); (Ayres, 2003); (Godino, Batanero & Font, 2003).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 155. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 6: Cuando expone sus dudas acerca de cómo resolver un problema con adición y sustracción de expresiones algebraicas entendemos sus inquietudes.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.175.	El 21,4% de los estudiantes señaló que su compañero siempre se hizo entender. El 50% que la mayoría de veces lo	Lo que significa que a través del lenguaje, como modelo de comunicación, los estudiantes podían comprender o no, las

logró. Mientras un 25% consideró que su compañero no se hizo entender la mayoría de veces y el 3,6% que nunca lo logró.

representaciones de la realidad de su compañero, o lo que es equivalente sus estados mentales, en cuanto a la comprensión de las situaciones estudiadas sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y su estructura interna. La comunicación efectiva con su compañero constituyó parte de las funciones intersubjetivas, para la apropiación de por ejemplo, estrategias de solución de problemas. Según (Cubero, 2005); (Ayres, 2003). En aquellos que consideraron que no era comprensible cuando expresaba sus ideas o puntos de vista de su experiencia, es posible se evidenciara el desarrollo aún de la capacidad para comunicar información matemática cuando era preciso, como lo sugieren (Godino, Batanero & Font, 2003); (Dewey, 1998).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 156. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 7: Utiliza los conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas para resolver problemas de perímetro y áreas de figuras compuestas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.176.	El 14,3% de los estudiantes consideró que su compañero utilizó los conceptos en la solución de problemas. El 64,3% que la mayoría de veces lo hizo. .	Lo que significa que los estudiantes consideraron que su compañero, utilizó el contenido como mediador entre él y la actividad de resolver problemas sobre área y perímetro, para la construcción de su conocimiento. Para lo anterior, fue necesario, que los problemas estuvieran relacionados con conceptos de adición y sustracción de expresiones algebraicas, familiares al estudiante, para que pudiera complementarlos con los nuevos y utilizar su comprensión en la solución exitosa de los problemas. Lo descrito se puede vincular a las fases soluciónica y productiva del ABP. Además de relacionarse con la perspectiva de ambiente de aprendizaje centrado en el conocimiento. Según (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (García & otros, 2008); (Equipo de Pedagogía UTP, 2014); (Stone, 1999); (Gallardo, 2004); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Ayres, 2003).
I.177.	El 14,3% que la mayoría de veces su compañero no lo hizo y un 7,1% que nunca lo hizo	Por otra parte, en los casos desfavorables a esta pregunta, pudo suceder que faltó construcción de conocimiento conceptual y

procedimental del estudiante; faltó mayor interacción entre sus procesos internos y los problemas propuestos. Además de lo anterior, es probable que estos estudiantes no hayan alcanzado su zona real de desarrollo o más aún estén fuera de su ZDP. No obstante, de las dificultades y errores presentados, también se debía generar aprendizaje. De acuerdo a lo sugerido por (Torrey, 1998); (Vigotsky, 1999); (Godino, Batanero & Font, 2003); (Boettcher, 2007); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 157. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 8: Cumple con el rol asignado dentro del grupo, cuando se lee la guía y se resuelven las actividades de aprendizaje.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.178.	El 57,1% consideró que su compañero siempre cumplió con su rol. El 28,6% que la mayoría de veces si lo cumplió. Mientras el 10,7% consideró que la mayoría de veces no lo cumplió. Sólo el 3,6% que nunca lo hizo.	Lo que significa que desde cada uno de sus roles, los estudiantes evaluaron en su compañero el cumplimiento de su papel dentro del grupo, en aras de discutir y producir soluciones tentativas a los problemas planteados sobre adición y sustracción de E.A. Además, debieron considerar el comportamiento y tipo de relación que desarrolló en el ambiente de aprendizaje del aula; así como las interacciones que se produjeron con el compañero, desde los roles que se establecieron. De acuerdo a lo sugerido por (García & otros, 2008); (López, 2015)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 158. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 9: Utiliza el computador como un instrumento de apoyo para comprender mejor el concepto de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.179.	El 53,6% afirmó que su compañero siempre utilizó el computador como apoyo. El 28,6% que la mayoría de veces lo hizo.	Lo que significa que luego del análisis de los problemas planteados, los estudiantes pudieron ver que su compañero fue desarrollando los objetivos de aprendizaje al utilizar el computador y los recursos brindados como: videos explicativos de adición, sustracción, propiedades de la adición de polinomios y problemas de perímetro, páginas web con calculadoras de polinomios, problemas interactivos sobre perímetro, guía

	de aprendizaje digital, documentos sobre el tema. Su utilización se dio en la fase investigativa – formativa del ABP, con el fin de que el estudiante tuviera acceso a ejemplos, demostraciones, páginas interactivas, explicaciones, en favor de una comprensión positiva, operativa, epistemológica y fenomenológica. El computador fue entonces utilizado por el estudiante como un medio para aprender de él y con él. Según (Moust, 2007); (Equipo Pedagogía, 2014); (Dewey, 1998); (Litwin, 1994); (Capllonch, 2005); (Coll, Mauri & Onrubia, 2008); (Gallardo, 2004).
I.180. El 10,7% afirmó que la mayoría de veces su compañero no utilizó el computador como apoyo. El 7,1% que nunca lo hizo.	En unos pocos casos consideraron que su compañero, contrario a lo sugerido por, (Capllonch, 2005); (Coll & Monereo, 2008), no utilizó el computador como instrumento para aprender, pensar, conocer, representar los conocimientos esperados.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 159. Análisis e interpretación, en la coevaluación del ABP, pregunta No. 10: Muestra una actitud de colaboración y apoyo con cada integrante del grupo al resolver las actividades de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.181. El 39,3% de los estudiantes consideró que su compañero siempre mostró actitud de colaboración y apoyo. El 32,1% que la mayoría de veces lo hizo.		Lo que significa que la mayoría de estudiantes consideró que su compañero interactuó de forma intencional con el grupo favoreciendo la construcción de significados. A través del lenguaje, pudo mediar la relación con los demás y consigo mismo. La tarea de estudio propuesta a los estudiantes, requería de la discusión en grupo, explicar lo aprendido y aclarar conceptos al resto de los miembros del mismo. Desde el punto de vista de la educación, el estudiante debió compartir las actividades del grupo de manera que sintiera su éxito y su fracaso. Como lo indican (Serrano & Pons, 2011); (Torbay, 1998); (Cubero, 2005); (Moust, 2007); (Feinberg & Torres, 2004).
I.182. El 28,6% consideró que su compañero la mayoría de veces no mostró actitud de colaboración y apoyo.		Un porcentaje cercano a la tercera parte de estudiantes, consideró que su compañero, contrario a lo indicado por (Litwin, 2008), pese a la presencia de la tecnología, no mostró trabajo en equipo, ni apoyo y colaboración al grupo, ni reconoció los puntos de vistas diferentes de los otros.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3.3. Evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje

En este subcapítulo se brindan las tablas en las cuales se analizan e interpretan cada una de las diez preguntas correspondientes a la evaluación a la docente y del ambiente ABP del grado 801.

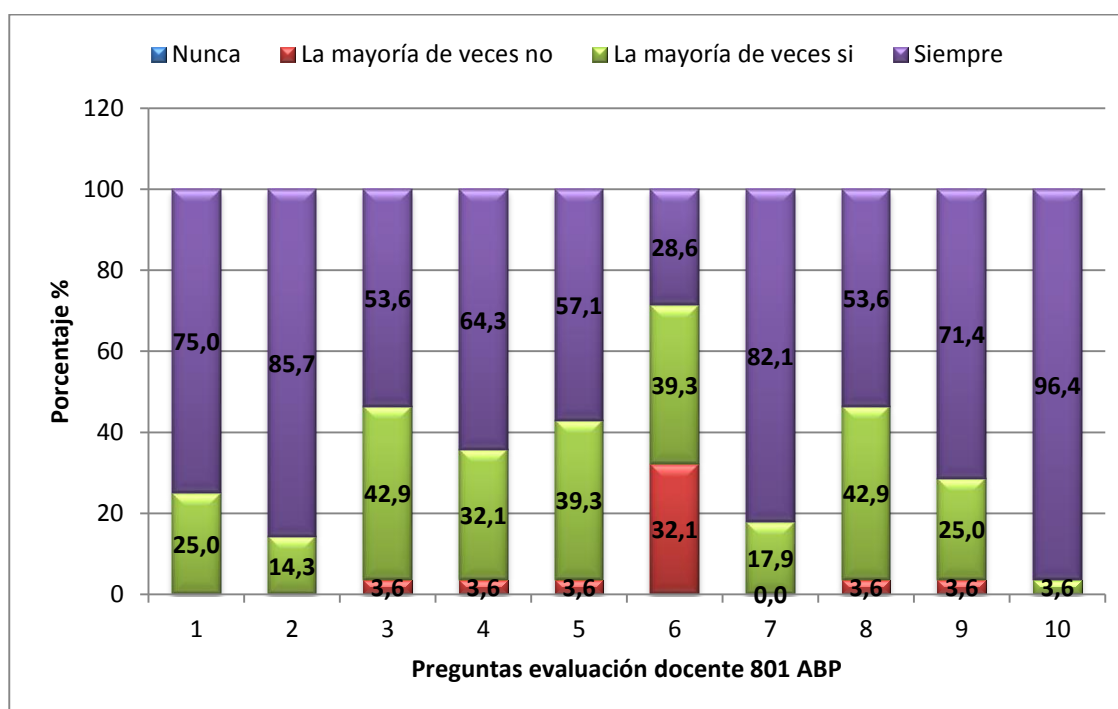


Figura 18. Resultados de la evaluación a la docente y al ambiente de aprendizaje en el ABP.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 160. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 1: La docente da respuestas que resuelven las dudas planteadas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.183.	El 75% consideró que la docente siempre dio solución a las dudas. El 25% que la mayoría de veces sí lo hizo.	Lo que significa que la docente no sólo debía entregar conocimiento a los estudiantes, sino darles su apoyo en la construcción de este y su significado, mediante procesos de interacción y negociación. No obstante, la profesora fue una guía en el aprendizaje de los estudiantes, aunque debía permitirles aprender de la manera más autónoma e independiente que les fuera posible. La docente trató que en el ambiente de clase se diera una comunicación relacional con los estudiantes, para así favorecer los objetivos de aprendizaje

propuestos. Además se tuvo en cuenta, que al estar centrado el proceso en los estudiantes, debía tenerse en cuenta su manera de expresarse, pues esta sería la base de su futuro aprendizaje. Según lo sugerido por (Serrano & Pons, 2011); (Cubero, 2005); (González, 2012); (Falsetti, 2003); (López, 2015); (Bransford et al., 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 161. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 2: La distribución de los materiales, como computadores, hojas de trabajo, de actividades, en el entorno son adecuadas a sus necesidades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.184.	El 85,7% de los estudiantes manifestaron que siempre fueron adecuadas. El 14,3% que la mayoría de veces lo fueron.	Lo que significa que se dio importancia al desarrollo del entorno de la clase, el cual debía favorecer la comodidad de los grupos, posibilitar y estimular a los estudiantes para obtener mejores resultados en su proceso de aprendizaje. El uso de las TIC (videos explicativos de adición, sustracción, propiedades de la adición de polinomios y problemas de perímetro, páginas web con calculadoras de polinomios, problemas interactivos sobre perímetro, guía de aprendizaje digital, documentos en PDF y Word sobre el tema), en el entorno de aprendizaje, funcionó como instrumento mediador entre los estudiantes y el contenido de aprendizaje, buscando favorecer la autonomía y el protagonismo del estudiante, al tener una relación más activa con la información y pudiera darse la adaptación a distintos ritmos de aprendizaje. Además, se debía exhortar a los estudiantes a que se hicieran conscientes de la manera como aprendían y qué materiales funcionaban para ellos. Como lo señalan (Rodríguez & Escofet, 2006); (Dewey, 1998); (Coll, Mauri & Onrubia, 2008); (Boettcher, 2007); (Litwin, 1994).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 162. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 3: Los materiales suministrados son suficientes para la comprensión de los temas de adición y sustracción de expresiones algebraicas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.185.	El 53,6% opinó que siempre fueron suficientes los materiales. El 42,9% que	Lo que significa que se buscó la interacción entre los conceptos abstractos de adición y

la mayoría de veces lo fueron. Un 3,6% opinó que la mayoría de veces no fueron suficientes los materiales.

sustracción de expresiones algebraicas y la experiencia de los estudiantes, esperado que se diera el conocimiento. Una cuestión tenida en cuenta al seleccionar los materiales para la sesión de clase fue ¿Qué tipo de ayudas adicionales podían necesitar los estudiantes para progresar en su aprendizaje de una manera más autónoma? Una vez establecidos los objetivos de aprendizaje, los conocimientos conceptuales y procedimentales, los estudiantes conocieron los problemas que debían resolver, debían utilizar recursos como internet, videos, guía de aprendizaje digital en PDF, documentos en PDF y Word, con ejemplos y explicaciones, para ir desarrollándolos. Por lo tanto, con el apoyo de TIC, se esperó que los materiales fueran autosuficientes y se diera el aprendizaje autónomo. En algunos casos, lo anterior no se dio. (Cubero, 2005); (Escribano & Del Valle, 2015); (Moust, 2007); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Dewey, 1998); (Coll, Mauri & Onrubia, 2008); (Ayres, 2003); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 163. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 4: Pudimos utilizar el software, guía de aprendizaje, videos, páginas de internet y documentos, sin dificultad.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.186.	El 64,3% expresó que siempre pudieron utilizarlos. El 32,1% que la mayoría de veces si los pudo utilizar. Mientras un 3,6% expresó que la mayoría de veces no lo lograron	Lo que significa que para diseñar el ambiente propuesto se tuvo en cuenta la cuestión: ¿Qué dificultades podrían encontrarse los estudiantes?. (Moust, 2007). Pese a que en la institución educativa se presentan dificultades de conexión por la ubicación del municipio, los estudiantes en su mayoría manifestaron haber podido utilizar los recursos tecnológicos sin mayor dificultad. Además los videos y guías de aprendizaje se encontraban en una carpeta para evitar la situación descrita.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 164. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 5: Es apropiada la calidad de los textos, imágenes, videos y actividades interactivas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.187.	El 57,1% consideró que siempre fue apropiada su calidad. El 39,3% que la	Lo que significa que en general los estudiantes consideraron que la calidad de las

mayoría de veces si lo fue. Solo el 3,6% manifestó que la mayoría de veces no lo fue.

herramientas brindadas fue adecuada. Las actividades y guías digitales, fueron diseñadas para que se involucraran los estudiantes y pusieran en práctica la comprensión que iban alcanzando. Se buscó ofrecerles una mejor manera de enseñanza de los contenidos conceptuales sobre adición y sustracción de expresiones algebraicas y sus propiedades, para su posterior aplicación en la resolución de problemas. Se aprovechó el impacto de las nuevas tecnologías para verificar el alcance de lo descrito. Según (Stone, 1999); (Litwin, 1994); (Díaz & Hernández, 2002).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 165. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 6: El tiempo asignado para resolver las actividades es suficiente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.188.	El 28,6% consideró que siempre el tiempo fue suficiente. El 39,3% que la mayoría de veces lo fue.	Lo que significa que más de la mitad de los estudiantes consideró el tiempo dado, como suficiente para alcanzar los objetivos propuestos. Una característica del ABP, es que estuvo centrado en el alumno, por lo que se buscó el desarrollo en habilidades como por ejemplo la administración de tiempo, el cual junto con el espacio, hicieron parte del ambiente de aprendizaje, que fue el escenario donde se desarrollaron condiciones favorables de aprendizaje. Como lo señalan (Hidalgo & otros, 2004); (Pazmiño & Flórez, 2011); (López, 2015); (Dewey, 1998).
I.189.	El 32,1% consideró que la mayoría de veces el tiempo no fue suficiente.	Poco más de un tercio de los estudiantes, no consideró suficiente el tiempo de las sesiones para resolver las actividades propuestas. Lo que puede significar que en las variaciones que se debían tener para el diseño del ABP, la que depende del tiempo considerado disponible, debía ser mayor en estos casos, dadas las características de estos estudiantes y la sucesión temporal que para ellos requería la terminación de las actividades. Lo anterior según lo indicado por (Hidalgo & otros, 2004); (Dewey, 1998).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 166. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 7: Son claros los objetivos planteados por la docente.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.190.	El 82,1% opinó que siempre fueron claros. El 17,9% que la mayoría de veces lo fueron.	Lo que significa que los estudiantes manifestaron haber tenido claros los objetivos de las sesiones, lo que favorecería que fueran consientes de la responsabilidad de trabajar desde el enfoque del ABP. En el diseño de los objetivos, se tuvo en cuenta cuestiones como: ¿Qué era lo que más se quería que aprendieran los estudiantes? ¿Cómo podrían abordar mejor el tema? ¿Cómo se facilitaría el progreso de los estudiantes? Los objetivos a su vez fueron dirigidos por las metas de comprensión, y los tópicos generativos que se esperaban desarrollar. Como lo sugieren (Escribano & Del Valle, 2015); (Stone, 1999); (Moust, 2007).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 167. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 8: Las guías de trabajo son suficientes para resolver las actividades.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.191.	El 53,6% consideró que siempre lo fueron. El 42,9% que la mayoría de veces si lo fueron. Sólo un 3,6% consideró que la mayoría de veces no fueron suficientes nunca fueron suficientes.	Lo que significa que en general los estudiantes reconocieron que las guías de aprendizaje, fueron suficientes para dar solución a los problemas planteados. El contenido, desarrollado en las guías (conceptos previos, grado, términos semejantes, igualdad de polinomios, expresiones algebraicas, conceptos nuevos, adición y sustracción de expresiones algebraicas, propiedades de la adición, métodos para sumar y restar E.A., aplicaciones), sirvió como mediador entre las actividades y los estudiantes; este debía ser conforme a los problemas propuestos para que pudieran resolverlos y de un nivel adecuado a los estudiantes. Las guías se desarrollaron desde quien debía aprender, de manera ordenada, que se permitiera la progresiva terminación del proceso, teniendo en cuenta que la actividad de resolver problemas necesitaba de ofrecer conocimientos bien organizados. Como lo afirman (Serrano & Pons, 2011); (Escribano & Del Valle); (Moust, 2007); (Dewey, 1998); (Bransford et al., 2007); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Torres, Peña,

Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez et al., 2013).

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 168. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 9: Las guías de trabajo son útiles para comprender los temas.

No.	Análisis	Interpretaciones
I.192.	El 71,4% pensaron que siempre fueron útiles. El 25% que la mayoría de veces lo fueron. El 3,6% que nunca lo fueron.	Lo que significa que las guías de aprendizaje, constituyeron un puente entre los estudiantes y el conocimiento, para que llegaran a éste de la manera más autónoma posible. El uso de guías, para consultar información y procedimientos que debían comprender los estudiantes, para enfrentar los problemas propuestos, se relacionó con las fases investigativa – formativa y soluciona del ABP. Para que se diera la comprensión de las guías, debían darse además acciones como: explicar, interpretar, analizar, relacionar, comparar, en torno a ellas. Su función, fue la de orientar y apoyar el proceso de aprendizaje, con el fin de que los estudiantes reflexionaran sobre cómo aprender y qué materiales funcionaban mejor para ellos. Se apoyó la guía en el uso del computador con: videos explicativos de adición, sustracción, propiedades de la adición de polinomios y problemas de perímetro, páginas web con calculadoras de polinomios, problemas interactivos sobre perímetro, guía de aprendizaje digital, documentos en PDF y Word sobre el tema, esperando generar un impacto positivo en la comprensión de la adición y sustracción de E.A. Según (González, 2012); (Equipo Pedagogía UTP, 2014); (Dewey, 1998); (Coll & Monereo, 2008); (Boettcher, 2007); (Bransford et al., 2007)

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 169. Análisis e interpretación, en la evaluación a la docente y al entorno de aprendizaje del ABP, pregunta No. 10: Las actividades propuestas corresponden al tema de adición y sustracción de expresiones algebraicas, sus propiedades y aplicaciones.

No.	Análisis	Interpretaciones
-----	----------	------------------

<p>I.193. El 96,4% de los estudiantes indicó que siempre correspondieron. El 3,6% que la mayoría de veces si fue así.</p>	<p>Lo que significa que los estudiantes reconocieron que el contenido de las tareas, denominada en el ABP, tareas de estudio, estaba relacionado con el tema determinado, adición y sustracción de E.A, lo que podía facilitar la adquisición de nuevos conocimientos (estructura de anillo y cuerpo con respecto a la operación de adición, propiedades asociativa, conmutativa, existencia elemento neutro y simétrico, métodos de adición y sustracción: vertical y horizontal) y activar los que ya poseían (grado, términos semejantes, polinomio, monomio, igualdad de polinomios, expresiones algebraicas), haciendo las actividades realmente significativas y orientadas a las metas de comprensión de las clases. Además, que las actividades correspondieran a los temas propuestos, permitían que los estudiantes fueran poniendo en práctica los conocimientos que iban comprendiendo y fueran construyendo la formalización del conocimiento matemático. Como lo señalan (Serrano & Pons, 2011); (García & otros, 2008); (Stone, 1999); (Godino & otros, 2003); (Ayres, 2003); (Lentin & Rivaud, 1971); (De Nápoli, 2014); (Torres, Peña, Alfonso, Ojeda & Ramos, 2000); (Ramírez et al., 2013).</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

4.2.3.4. Pretest y postest

A continuación se muestran las tablas donde se analizan e interpretan cada una de las ocho preguntas correspondientes al pretest y postest del ABP del grado 801.

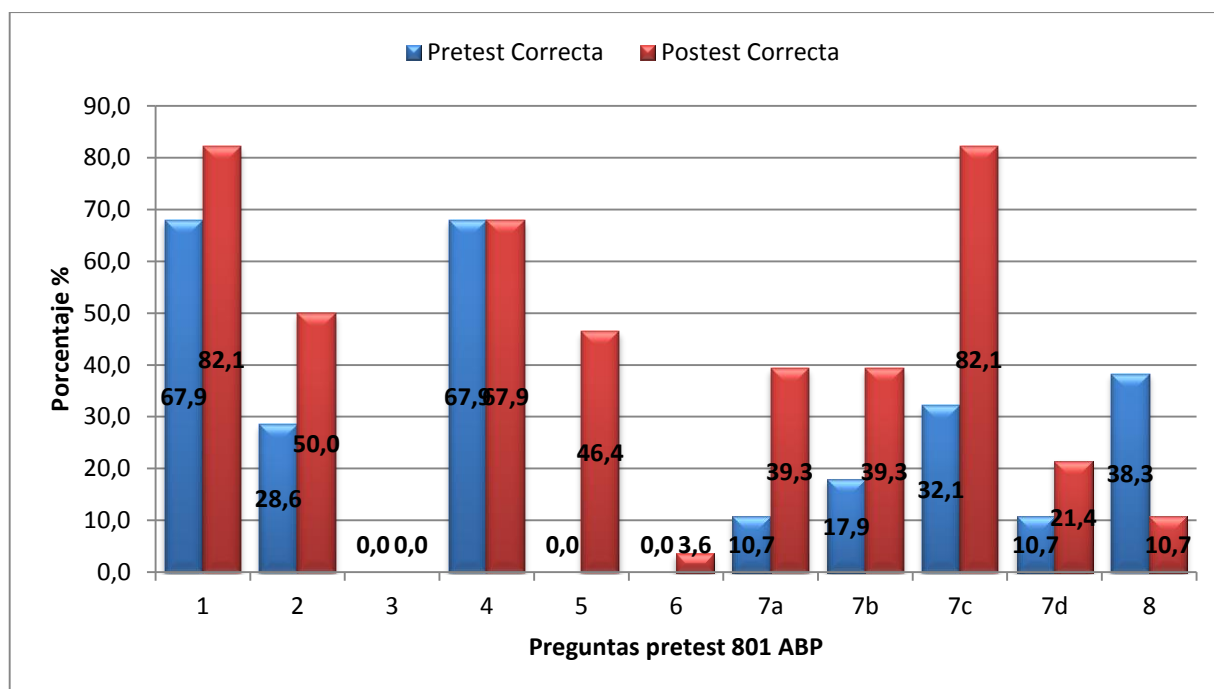


Figura 19. Resultados del pretest y del posttest en el ABP de los estudiantes del grado 801.
Fuente: elaboración propia.

Tabla 170. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 1](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.194.	El 67,9% de los estudiantes respondieron acertadamente en el pretest. Mientras un 82,1% de ellos, acertaron en el posttest.	Lo que significa que el resultado del posttest incrementó en un 14,2%, con respecto al pretest. Es decir, que la comprensión para resolver problemas con funciones de polinomios dados de la forma $P(x)$ y $Q(x)$, para hallar la suma $P(x) + Q(x)$, presentó una mejoría, luego de la exposición al ambiente ABP.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 171. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 2](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.195.	El 28,6% de los estudiantes la respondieron correctamente durante el pretest. En el posttest el 50% acertó.	Lo que significa que mejoró en un 21,4% el desempeño de los estudiantes para resolver problemas relacionados con perímetro como aplicación del concepto de adición de polinomios, bajo el ambiente de ABP, es decir se afectó la comprensión positivamente.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 172. Análisis e interpretación, pretest y postest del ABP, [Pregunta No. 3](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.196.	El 0% de los estudiantes respondieron apropiadamente tanto en el pretest como en el postest.	Lo que significa que no hubo diferencia en la manifestación de comprensión entre el pretest y el postest; en ambos casos, los estudiantes mostraron falta de comprensión en problemas de sustracción de polinomios, donde dados los polinomios A, B y C, se pide determinar el polinomio que resulta de la expresión $A - B - C$. Por lo tanto, el ABP no tuvo efecto alguno en la comprensión de este tipo de situaciones problemáticas.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 173. Análisis e interpretación, pretest y postest del ABP, [Pregunta No. 4](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.197.	EL 67,9% de los estudiantes contestaron correctamente esta pregunta, tanto en el pretest como en el postest.	Lo que significa que el resultado no varió desde la aplicación del pretest a la del postest. Por consiguiente, la comprensión de los estudiantes de problemas para calcular el área de figuras compuestas, utilizando expresiones algebraicas, puede decirse que no fue impactada ni positiva ni negativamente, después de la metodología de ABP.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 174. Análisis e interpretación, pretest y postest del ABP, [Pregunta No. 5](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.198.	El 0% de los estudiantes respondió acertadamente a esta pregunta en el pretest. En el postest un 46,4% lo hizo correctamente.	Lo que significa que hubo una diferencia favorable de casi la mitad de los estudiantes, en su comprensión sobre problemas de modelación con algeblock para sumar y restar polinomios, luego de haber estado expuestos al ambiente ABP; al inicio ningún estudiante comprendía la situación y después de la experiencia, muy cerca de la mitad del grupo mostró apropiación del conocimiento.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 175: análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 6](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.199.	El 0% de los estudiantes contestó correctamente en el pretest. Sólo un 3,6% en el posttest respondieron correctamente.	Lo que significa que un pequeño porcentaje de estudiantes, luego de estar bajo el ambiente ABP, adquirió la competencia para resolver problemas que requieren simplificar la sustracción entre dos polinomios, mediante el uso de propiedades. Por lo tanto, se considera que no se impactó la comprensión de este tipo de situaciones en los estudiantes.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 176. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 7](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.200.	En la pregunta 7a. el 10,7% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. Mientras en el posttest lo logró un 39,3%.	Lo que significa que se encontró una diferencia favorable del 28,6% entre el pretest y el posttest, en la comprensión de los estudiantes, de la propiedad de existencia del inverso aditivo en un polinomio después de estar bajo un ambiente ABP,
I.201.	En la pregunta 7b. el 17,9% de los estudiantes la respondieron correctamente en el pretest. En el posttest lo logró un 39,3%.	Lo que significa que hubo diferencia entre la aplicación del pretest y del posttest, del 21,4%, en favor de la comprensión de problemas que requieren la propiedad de existencia del elemento neutro en polinomios, posterior a la aplicación del ambiente ABP.
I.202.	En la pregunta 7c. El 32,1% respondió adecuadamente en el pretest. El 82,1% lo hizo correctamente en el posttest	Lo que significa que se observó una diferencia del 50% en favor de la comprensión de la aplicación de la propiedad conmutativa en problemas de completación de expresiones algebraicas, luego de que los estudiantes tuvieran la experiencia ABP.
I.203.	En la pregunta 7d. el 10,7% de los estudiantes en el pretest respondió correctamente a la pregunta. El 21,4% lo hizo en el posttest.	Lo que significa que se dio una diferencia favorable del 10,7%, en la comprensión de la propiedad asociativa por parte de los estudiantes. Por lo que se infiere que el entorno ABP, generó impacto en algunos estudiantes en su comprensión de problemas de completación con esta propiedad.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

Tabla 177. Análisis e interpretación, pretest y posttest del ABP, [Pregunta No. 8](#) (hacer clic hipervínculo para ver la pregunta).

No.	Análisis	Interpretaciones
I.204.	El 0% de los estudiantes respondió en el pretest acertadamente. En el posttest un 10,7% lo hizo.	Lo que significa hubo una diferencia en la comprensión de los estudiantes, del 10,7% a favor, Sobre a problemas que requieren convertir e interpretar el lenguaje verbal al algebraico, luego de estar bajo un ambiente ABP.

Fuente: elaboración propia con base en las observaciones realizadas y el marco teórico.

[I.138.](#) [I.140.](#) [I.142.](#)

[I.143.](#) [I.144.](#) [I.145.](#)

[I.147.](#) [I.148.](#) [I.149.](#)

[I.151.](#) [I.155.](#) [I.156.](#)

[I.157.](#) [I.163.](#) [I.164.](#)

[I.165.](#) [I.166.](#) [I.170.](#)

[I.171.](#) [I.173.](#) [I.175.](#)

[I.177.](#) [I.178.](#) [I.181.](#)

[I.182.](#) [I.183.](#) [I.188.](#)

[I.189.](#) [I.190.](#) [I.191.](#)

[I.193.](#)

Fuente: elaboración propia con base en el análisis e interpretaciones realizados en los ambientes de aprendizaje.

A.9. DOCUMENTOS DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES PARA USO PÚBLICO

ACREDITACIÓN DE RECEPCIÓN DE CONSENTIMIENTOS INFORMADOS DE LOS ADULTOS Y PADRES DE FAMILIA, PARA GRABACIÓN DE ELLOS MISMOS Y/O SUS HIJOS EN FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS)

Yo, NUBIOLA GALVEZ MARTÍNEZ con cédula de ciudadanía número 34041322, rectora de la Institución Educativa Liceo de Occidente, ubicada en el municipio de La Celia (Risaralda) con dirección Cra 3A 6-22, certifico que cuento con las autorizaciones firmadas por los padres de familia y que permitieron a la docente MARILUZ CASTRILLÓN HERNÁNDEZ, con cédula de ciudadanía número 42.017.543, grabar y tomar fotos a los estudiantes para la aplicación de la experiencia con uso pedagógico de TIC, ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS, del área de MATEMÁTICAS en los grados 801 y 802.

Lo anterior con el fin de convertirse en evidencia y soporte de la experiencia pedagógica con uso de TIC, que adelanta la investigadora, Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Doy fe de que cuento con los documentos firmados que respaldan este certificado, y que estos me eximen de cualquier responsabilidad ante cualquier acción legal que se llegare a emprender.

Firma: _____



Nombre: _____

Nubiola Galvez Martinez

Cédula: 34041322

fecha: 19/04/17

DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO PÚBLICO

(Para que los estudiantes que aparecen en el video, lo entreguen al docente)

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la ley de Infancia y Adolescencia, el colegio LICEO DE OCCIDENTE solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante Angie Paola Londoño Villada, identificado(a) con tarjeta de identidad número 1090096008, alumno de la Institución Educativa LICEO DE OCCIDENTE, para que aparezca ante la cámara, en una videograbación con fines pedagógicos que se realizará en las instalaciones del colegio mencionado.

El propósito del video es evidenciar el desarrollo de la Propuesta Pedagógica con uso pedagógico de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones – TIC denominada ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS en la enseñanza/aprendizaje del ÁLGEBRA, el cual será un soporte en la investigación en Educación Matemática adelantada por la docente MARILUZ CASTRILLÓN HERNÁNDEZ. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento será utilizado para objetivos distintos.

Autorizo,

Gregorio Londoño Galeano
Nombre del padre/madre de familia o acudiente

Angie Paola Londoño Villada
Nombre del estudiante

Fecha: 19/04/2017

9815920
cédula ciudadanía

1090096008
Tarjeta de identidad